

МЕХАНИКА ПЛЕНОК, МЕМБРАН И ПОКРЫТИЙ

Н. М. Якупов, Н.К. Галимов, С.Н. Якупов

yzsrr@kfti.knc.ru

Создание новых пленок, мембран и покрытий с заданными эксплуатационными характеристиками – это одно из перспективных направлений развития. Исходя из функционального назначения, создаются пленки и мембраны, имеющие сложную структуру, так называемые материал-конструкции, которые могут иметь как плоскую, так и неплоскую исходную форму. Отмечается актуальность проблемы определения механических характеристик, методы ее решения и эффективность двумерного подхода. Приводится схема установки, теоретические соотношения для сферических мембран, а также алгоритм статистической обработки данных, получаемых на экспериментальном этапе.

Введение. Среди тонкостенных конструкций, сочетающих легкость с высокой прочностью, выделяются пленочные и мембранные конструкции. Пленки и мембраны находят широкое применение во всех отраслях производства и жизнедеятельности [1-2]. Появляются и получают распространение тонкие пленки и нанопленки, а также композиции, включающие «микро» и «нано» элементы [3-6]. Интенсивно создаются покрытия различного назначения [3-16], используя при этом накопленный технологический арсенал, включая нанотехнологию. Покрытиям уделяют огромное внимание. Нет сферы человеческой деятельности, где бы ни пытались решать технические и экономические проблемы на базе пленок, мембран и покрытий. Это проблемы трения и износа, проблемы коррозии и эрозии, проблемы поглощения волн заданного диапазона, проблемы защиты от высоких температур и от огня, проблемы защиты от вирусов и бактерий, проблемы сохранения продуктов и воды, проблемы обеззараживания и т.д. Сама природа подсказывает эффективность использования пленок и покрытий сложной

структуры, достаточно ознакомиться со строением природных конструкций.

Создание новых пленок, мембран и покрытий с заданными свойствами и с высокими эксплуатационными характеристиками – это одно из перспективных направлений развития. Необходимые качества пленок, мембран и покрытий обеспечиваются, обычно, путем составления различных композиций из простых составных элементов – это так называемые материал - конструкции, имеющие сложную структуру. Сложность структуры возникает и вследствие наличия сквозных и несквозных распределенных отверстий, инородных включений и различных пор на нано, микро и макро уровнях, а также вследствие появления дефектов (царапин, трещин...) на нано, микро и макро уровнях, обусловленных технологией производства, способа хранения, условий эксплуатации. Структура материала может меняться и в процессе эксплуатации конструкции – приобретаемая структура материала. Температурно-временное, физическое, механическое, биологическое и химическое воздействия отдельно или в комплексе могут вызвать разрушительные процессы в структуре материала. Неоднородность структуры материала пленки, мембраны и покрытий возникает и в процессе ее деформирования. При этом, чем тоньше пленка, мембрана или покрытие, тем существенно изменение интегральных характеристик.

Исходная плоская форма тонких структур не охватывает весь спектр возможных пленок и мембран. Природные конструкции наглядно демонстрируют нам эффективность пленок, имеющих сложную исходную геометрию. Исходная срединная поверхность тонкослойных структур может иметь различные формы: сферические, тороидальные и другие формы поверхностей. Исходя из функционального назначения, на практике разрабатываются конструкции и элементы конструкций, а также материал – конструкции, имеющие неплоскую исходную геометрию.

Становится актуальной проблема определения механических характеристик материал - конструкций как на этапе их получения, так и при эксплуатации. Возникает необходимость создания инструмента для исследования механических характеристик пленок и пленочных

композиций с неоднородной структурой. Невозможно исследовать стандартным способом одноосного растяжения плоские и неплоские тонкие пленочные и мембранные образцы со сложной структурой [1-2,17]. Для исследования сложных структур, включая образцы с дефектами или отверстиями, не всегда применим инденторный метод, предложенный Оливером - Фарром [18-19], или модификации метода [20]. Индентирование позволяет судить о свойствах материала из анализа характеристики материала в окрестности рассматриваемой точки, не всегда эффективны для пленок и покрытий со сложной структурой, особенно при наличии нано и микродефектов. Известен способ определения прочности на разрыв латексных пленок, описанный Флинтон и Наунтоном [21], по которому пленку нагружают водой и измеряют объем вытесняемой воды в момент разрыва пленки и определяют прочность на разрыв. Получают распространение вычислительное моделирование и виртуальные исследования механических характеристик кластеров на квантово - молекулярном уровне, например, [22-25]. Однако не всегда удается описать сложную структуру и сложные формы дефектов, не говоря об учете взаимодействия отдельных компонент и структур; трудно смоделировать поведение материал - конструкций, имеющих одновременно разномасштабные дефекты [26], например, на нано и микро уровнях. Работы, посвященные построению кривых деформирования материал - конструкций на базе двумерного подхода, встречаются редко, а работы по исследованию пленок и мембран со сложной структурой и с различными дефектами, в двумерной постановке практически отсутствуют. Двумерный подход может осуществляться в двух вариантах: исследование свойств отдельных компонент с последующим моделированием структуры композиции, в частности, как в работах [27-28]; определение интегральных характеристик пленочных композиций как материал - конструкцию сложной структуры [1-2,29-59].

Экспериментально - теоретический метод исследования. На экспериментальном этапе в каждом цикле испытаний на созданной установке ДМ-1 нагружают образец односторонним поверхностным давлением и производят мониторинг формы деформирования образца, в частности строят зависимость «прогиб - давление».

Схема экспериментальной установки представлена на рис.1, где 1 – источник сжатого воздуха, 2 – контрольно-измерительный комплекс, 3 – испытываемый образец, 4 – узел крепления образца, 5 – манометр для измерения давления. Для неплоских образцов узел крепления 4 модернизируется. Замеры прогибов производятся с использованием индикаторов часового типа ИЧ - 50 с ценой деления шкалы 0.01 мм, а для измерения давления используется манометр с ценой деления 0.005 МПа.

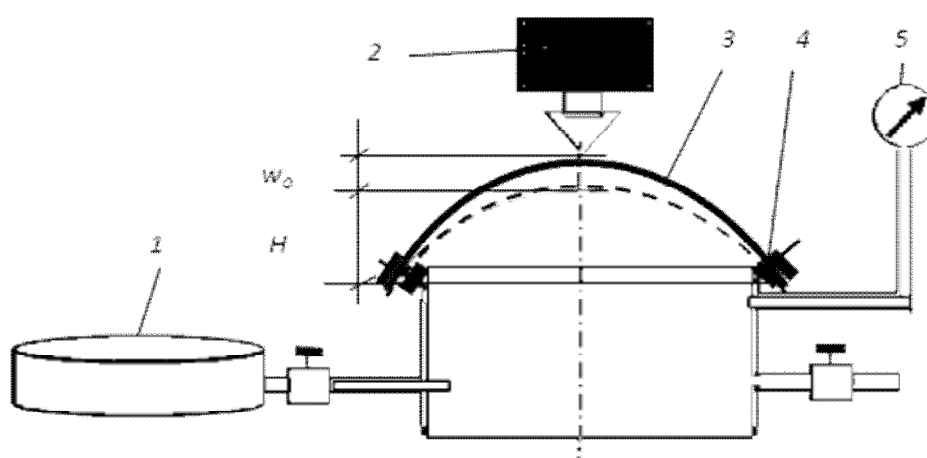


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

На базе экспериментальных данных, используя соотношения теории оболочек в упругой и пластической областях, определяются механические характеристики материала образца: модуль или условный модуль упругости, картина деформирования. При этом для образцов со сложной структурой, например, образцов с различными мелкими отверстиями, порами или дефектами, определяются приведенные механические характеристики. При наличии сквозных дефектов используется подложка из более мягкого материала [41-42,49].

Соотношения для нелинейно упругих и пластических сферических мембран. Рассматривается фрагмент круглой в плане сферической мембраны с радиусом R , толщиной h_0 , половиной угла раствора Q_0 , радиусом опорного круга a , закрепленный по контуру и нагруженный внутренним давлением p . Геометрия сегмента

сферической мембраны представлена на рис.2, где H – высота подъема сегмента оболочки до нагружения, w_0 – прогиб центра мембраны, r – радиальная координата, Q – координата, отмеряемая от вертикальной оси.

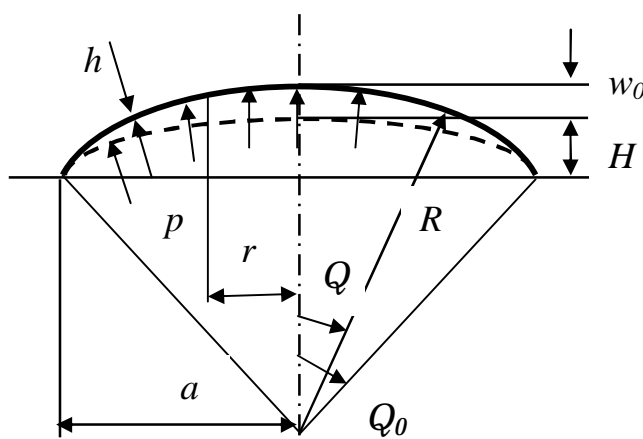


Рис. 2

Уравнения равновесия сферической мембраны, находящейся под действием внутреннего давления p , имеют вид [60-61]:

$$\frac{d(T_1 A_2^*)}{dr} = T_2 \frac{dA_2^*}{dr}, \quad T_1 K_1^* + T_2 K_2^* = p, \quad (1)$$

где T_1 и T_2 – радиальные и кольцевые усилия, соответственно; K_1^* , K_2^* – кривизна деформированного купола в радиальном и окружном направлениях, соответственно; p – внутреннее давление; $0 \leq r \leq a$; A_2^* – параметр Ламе деформированной мембраны.

Соотношения для компонент деформаций e_1 и e_2 в радиальном и окружном направлениях имеют вид:

$$\varepsilon_1 = e_1 + (e_1^2 + w^2)/2, \quad \varepsilon_2 = e_2 + e_2^2/2, \quad (2)$$

$$e_1 = \frac{du}{dr} + \frac{w}{R}, \quad e_2 = \frac{u}{r} + \frac{w}{R}, \quad w = \frac{dw}{dr} - \frac{u}{R},$$

где u – радиальное перемещение; w – прогиб; при этом $A_2^* = r(1 + e_2)$.

Кривизна купола в случае больших перемещений и деформаций в радиальном и окружном направлениях записывается, согласно работе [61], следующим образом:

$$K_1^* = \left[-(1+e_1) \frac{d\omega}{dr} + \omega \frac{d(1+e_1)}{dr} + \frac{1}{R} (1+2\varepsilon_1) \right] (1+2\varepsilon_1)^{-3/2}$$

$$K_2^* = \left[-\frac{\omega}{r} + \frac{1}{R} (1+e_1) \right] [(1+2\varepsilon_1)^{1/2} (1+e_2)]^1 \quad (3)$$

Физические соотношения для резиноподобных материалов берутся в виде, предложенном в [62], учитывающем нелинейную зависимость между радиальными и кольцевыми усилиями и компонентами деформаций:

$$T_1 = B \frac{\sqrt{1+2\varepsilon_1}}{\sqrt{1+2\varepsilon_2}} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2), \quad T_2 = B \frac{\sqrt{1+2\varepsilon_2}}{\sqrt{1+2\varepsilon_1}} (\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1), \quad B = \frac{Eh_0(1-\varepsilon_1-\varepsilon_2)}{1-\mu^2}, \quad (4)$$

где E и μ – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала мембраны.

Физические соотношения для пластических материалов берутся, как и в работе [34], в виде, предложенным А.А. Ильюшиным [63]:

$$\sigma_i = A e_i^k, \quad (5)$$

где S_i и e_i – интенсивность напряжения и интенсивность деформаций соответственно; A и k – некоторые постоянные величины, характерные для рассматриваемого материала ($0 \leq k \leq 1$).

Перемещения, как и для плоской мембраны [34], задаются в виде:

$$u = ca(\xi - \xi^3), \quad w = af(1 - \xi^2), \quad f = w_0/a, \quad \xi = r/a, \quad (6)$$

где c – искомая величина, характеризующая радиальные перемещения в процессе деформации мембраны; w_0 – прогиб в центре сферической мембраны, который определяется из эксперимента.

Задача решается методом Бубнова - Галеркина, при этом уравнения равновесия принимают вид:

$$\int_0^1 \{ T_1 [1 + (c + \lambda f)(1 - \xi^2)] (1 - 3\xi^2) + T_2 [1 + (c + \lambda f)(1 - 3\xi^2)] (1 - \xi^2) \} \xi d\xi = 0,$$

$$\int_0^1 [(T_1 K_1^* + T_2 K_2^*)](1 - \xi^2) \xi d\xi = p \int_0^1 (1 - \xi^2) \xi d\xi . \quad (7)$$

Из первого уравнения (7) при заданном w_0 определяется постоянная c , а из второго уравнения (7) – модуль упругости E (для линейно и нелинейно упругих материалов) или постоянная A , имеющая размерность напряжения, и затем условный модуль упругости E_{us} (для пластических материалов) $E_{us} = d\sigma_i / de_i$. И, наоборот, при известной величине модуля упругости E или постоянной A и давления p из уравнений (7) можно определить величины c и w_0 , а затем - вычислить усилия T_1 и T_2 .

Алгоритм статистической обработки данных эксперимента. Ниже, на примере данных экспериментальных замеров, проведенных для плоских полимерных пленок с толщиной 0,22 мм, описывается методика обработки экспериментальных результатов. Для анализа были проведены исследования 12 одинаковых образцов при идентичных условиях. В таблице 1 приводятся прогибы образцов H для нечетных номеров образцов в зависимости от давления p .

Таблица 1. Экспериментальные данные p и H для 12 образцов

$p, \text{МПа}$	$H_1, \text{мм}$	$H_3, \text{мм}$	$H_5, \text{мм}$	$H_7, \text{мм}$	$H_9, \text{мм}$	$H_{11}, \text{мм}$
0,002	4,53	4,33	4,41	4,44	4,71	4,58
0,004	5,52	5,38	5,50	5,47	5,72	5,60
0,006	6,31	6,08	6,10	6,13	6,39	6,27
0,008	6,81	6,74	6,80	6,73	6,97	6,88
0,010	7,48	7,30	7,39	7,30	7,48	7,46
0,012	7,93	7,82	7,88	7,8	7,96	7,89
0,014	8,38	8,29	8,47	8,35	8,47	8,46
0,016	8,92	8,76	8,96	8,80	8,97	8,91
0,018	9,39	9,30	9,38	9,32	9,45	9,40
0,020	9,89	9,76	9,93	9,80	9,96	9,89
0,024	10,80	10,7	10,84	10,73	10,87	10,96
0,030	11,99	11,85	12,08	12,00	11,99	11,97
0,034	12,91	12,74	13,06	12,81	12,96	12,86

Давление менялось от 0,002 МПа до 0,034 МПа. Для каждой ступени нагружения (табл.1) вычисляются средние значения прогиба мембраны H_{cp} (первый столбец табл.2) по формуле:

$$H_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{12} H_i}{n} \quad (8)$$

Здесь через H_i – обозначены прогибы для i -ой мембраны, H_{cp} – среднее значение прогиба, i – изменяется от 1 до $n = 12$.

Вычисляются значения «исправленного» среднеквадратичного отклонения S (второй столбец табл.2) по следующей формуле:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (H_i - H_{cp})^2}{n-1}} \quad \text{или} \quad S = \sigma \sqrt{\frac{n}{n-1}}, \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (H_i - H_{cp})^2}{n}}. \quad (9)$$

σ – среднеквадратическое отклонение (или дисперсия).

Таблица 2. Результаты статистической обработки для 12 образцов

$p, \text{ МПа}$	H_{cp}	S	$\Delta H_{кр} = 2,39 \cdot S$	$\Delta H = t_{\alpha} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$	$H_{cp} - \Delta H$	$H_{cp} + \Delta H$
0,002	4,5075	0,14480	0,3462	0,09204	4,4155	4,5994
0,004	5,5325	0,11310	0,2704	0,07189	5,4606	5,6044
0,006	6,1942	0,12540	0,2998	0,07970	6,1145	6,2740
0,008	6,8233	0,08139	0,1975	0,05170	6,7720	6,8750
0,010	7,3942	0,08426	0,2014	0,05353	7,3406	7,4477
0,012	7,8750	0,07267	0,1737	0,04618	7,8288	7,9212
0,014	8,3850	0,07329	0,1752	0,04657	8,3384	8,4316
0,016	8,8700	0,07324	0,1750	0,04653	8,8233	8,9165
0,018	9,3420	0,06548	0,1560	0,04161	9,3000	9,3833
0,020	9,8500	0,06592	0,1575	0,04188	9,8080	9,8920
0,024	10,7825	0,09087	0,2172	0,05773	10,7248	10,8402
0,030	11,9525	0,06877	0,1640	0,04370	11,9088	11,9960
0,034	12,8633	0,09689	0,2316	0,06156	12,8018	12,9250

Зная величину S можно провести первый этап фильтрации данных эксперимента. Для этого обычно используют таблицу со значениями τ – критерия для различных уровней значимости $\alpha = 1 - P$ и объемов выборки n [64]. При этом $\Delta H_{кр}$ – критическое значение прогиба определяется по формуле:

$$\Delta H_{кр} = \tau S, \quad (10)$$

Для вероятности $P = 0,95$ или $\alpha = 1 - P = 0,05$ и выборки $n = 12$ величина $\tau = 2,39$ [64]. Вычисленные величины $\Delta H_{кр}$, приведены в четвертом столбце таблицы 2. В таблице 3 приведены отклонения $\Delta H_i = |H_{ср} - H_i|$ (i – изменяется от 1 до $n = 12$) для полученных данных эксперимента для каждой ступени нагружения.

Таблица 3. Отклонения прогибов

$p, \text{МПа}$	ΔH_1	ΔH_3	ΔH_5	ΔH_7	ΔH_9	ΔH_{11}
0,002	0,0225	0,1775	0,0975	0,0675	0,2025	0,0725
0,004	0,0125	0,1525	0,0325	0,0625	0,1875	0,0675
0,006	0,1158	0,1142	0,0942	0,0642	0,1958	0,0758
0,008	0,0133	0,0833	0,0233	0,0933	0,1467	0,0566
0,010	0,0858	0,0942	0,0042	0,0942	0,0858	0,0658
0,012	0,0550	0,0550	0,0050	0,0750	0,0850	0,0150
0,014	0,0050	0,0950	0,0850	0,0350	0,0850	0,0750
0,016	0,0500	0,1100	0,0900	0,0700	0,1000	0,0400
0,018	0,0483	0,0417	0,0383	0,0217	0,1083	0,0583
0,020	0,0400	0,0900	0,0800	0,0500	0,1100	0,0400
0,024	0,0175	0,0825	0,0575	0,0525	0,0875	0,1775
0,030	0,0375	0,1025	0,1275	0,0475	0,0375	0,0175
0,034	0,0466	0,1233	0,1967	0,0533	0,0967	0,0033

Сравнение величин, приведенных в таблице 3 и в четвертом столбце таблицы 2, показывают, что для каждой ступени нагружения данные для всех образцов удовлетворяют 5% точности и их можно использовать в дальнейших расчетах. При расчете брали доверительную вероятность, согласно ГОСТу 8.207.76 в технических расчетах $P = 0.95$ т.е. $\alpha = 1 - P = 0.05$, а число испытаний $n = 12$.

На втором этапе фильтрации для обнаружения так называемых промахов эксперимента и отсева «выскакивающих» данных эксперимента проводим следующие операции: определяем так называемое среднеквадратическое отклонение результатов измерений от среднего значения:

$$S_x = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (11)$$

и половину доверительного интервала ΔH (пятый столбец таблицы 2):

$$\Delta H = t_a \cdot S_x . \quad (13)$$

Величина t_a – распределение отклонений в рассматриваемой выборке; ΔH – половина доверительного интервала. Таблица значений (квантилей Стьюдента) t_a , которая употребляется при небольшом объеме выборок, приводится в литературе по математической статистике, например, в приложении 3 [65]. Эти данные зависят от вероятности P и числа выбранных элементов n . Примем $P = 0,95$. В 6-ом и 7-ом столбцах таблицы 2 указаны левые и правые границы доверительного интервала. Далее, все экспериментальные данные таблицы 1, не входящие в доверительный интервал (6 и 7 столбцы таблицы 2), отбрасываются, а оставшиеся данные усредняются и используются в дальнейших расчетах.

Работа выполнена в рамках: Программы фундаментальных исследований ОЭММПУ РАН «Развитие механики многомасштабного (от нано- к макромасштабам) деформирования и разрушения как основы проектирования новых материалов с повышенными эксплуатационными характеристиками», координатор программы академик РАН Н.Ф. Морозов; Программы Президиума РАН "Фундаментальные проблемы механики взаимодействий в технических и природных системах, материалах и средах", координаторы программы академики РАН Горячева И.Г. и Н.Ф. Морозов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Якупов Н.М., Якупов С.Н.* Пленки неоднородной структуры // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. №1. 2009. С.60-70.
2. *Якупов Н.М., Якупов С.Н.* Методы расчета пленочных элементов конструкций: Учебное пособие. Казань, КГАСУ, 2007. 117 с.
3. *Гусев А.И.* Наноматериалы, наноструктуры, нанотехнологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 416 с.
4. Нанотехнология в ближайшем десятилетии. Прогноз направления исследований / Под ред. М.К.Рока и др. Пер. с англ. А.В.Хачояна под ред. Р.А.Андриевского, М.: Мир, 2002. 292с.
5. *Пул Ч., Оуэнс Ф.* Нанотехнологии. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2004. 328с.
6. *Сидоров Л.Н., Юровская М.А., Борщевский А.Я., Трушков И.В., Иоффе И.Н.* Фуллерены. М.: изд-во ЭКЗАМЕН, 2004. 688с.
7. Пленки и покрытия – 2005: Труды 7-й Международной конференции. СПб: Изд-во Политехнического ун-та, 2005.282 с.
8. Пленки и покрытия – 2007: Труды 8-й Международной конференции. СПб: Изд-во Политехнического ун-та, 2007. 305 с.
9. Пленки и покрытия – 2009: Труды 9-й Международной конференции. СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. 346 с.
10. Сборник тезисов докладов участников научно-технических секций Междун. форума по нанотехнологиям.Т.2 М.: РОСНАНО, 2008. 536 с.
11. Сборник тезисов докладов участников научно-технических секций Международного форума по нанотехнологиям. Т.1.М.:РОСНАНО, 2008. 848 с.
12. Сборник тезисов докладов участников Второго Международного форума по нанотехнологиям. М.: РОСНАНО, 2009. 728 с.
13. Сборник тезисов докладов участников Второго Международного конкурса научных работ молодых ученых в области нанотехнологий. М.: РОСНАНО, 2009. 989 с.
14. Сборник тезисов докладов участников Третьего Международного форума по нанотехнологиям. М.: РОСНАНО, 2010. CD диск.
15. Abstracts. The second International Competition of Scientific Papers in Nanotechnology for Young Researchers. М.: Rusnanotech, 2009. 880p.

16. Abstracts. The second Nanotechnology International Forum. M.: Rusnanotech, 2009. 600 p.
17. *Куприянов В.Н.* Пленочно-тканевые материалы для строительных конструкций. Казань: КИСИ, 1989. 94 с.
18. *Oliver W., Pharr G.* *J. Mater. Res. Soc. Symp. Proc.* 473, 57 (1997).
19. *Tsui T.Y., Ross C.A., Pharr G.M.* Monoindentation hardness of soft films on hard substrates: effect of the substrate // *Mater. Res. Soc. Symp. Proc.* 1997. V.493. P.57-62.
20. *Шугуров А.Р., Панин А.В., Оскомов К.В.* Особенности определения механических характеристик тонких пленок методом наноиндентирования // *Физика твердого тела.* 2008. Т.50. Вып.6. С.1007-1012.
21. *Нобель Р.Дж.* Латекс в технике. Ленинградское отделение Госхимиздата, 1962. 892 с.
22. *Устинов К.Б., Ченцов А.В.* Континуальное и дискретно-континуальное моделирование слоистых наноматериалов и систем с покрытиями // Сб. тез. докл. участ. Второго Междун. форума по нанотехнологиям. М.: РОСНАНО, 2009. С.208-209.
23. *Никитина Е.А., Яновский Ю.Г., Карнет Ю.Н., Никитин С.М.* Квантово-механические исследования строения и механических свойств межфазных слоев нанокompозитов // Сборник тез. докладов участников Второго Международ. форума по нанотехнологиям. М.: РОСНАНО, 2009. С.188-190.
24. *Яновский Ю.Г., Никитина Е.А., Карнет Ю.Н., Никитин С.М.* Квантово-механическое исследование механизма деформации и разрушения графена // *Физическая мезомеханика.* 2009. Т.12. №4. С.61-70.
25. *Яновский Ю.Г., Никитина Е.А., Никитин С.М., Карнет Ю.Н.* Квантово-механические исследования механизма деформации углеродных нанотрубок // *Механика композиционных материалов и конструкций.* 2009. Т.15. №3. С.345-368.
26. *Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Морозов Н.Ф.* Масштабный эффект в механике нанообразований // Сборник тез. докладов участников Второго Международ. форума по нанотехнологиям. М.: РОСНАНО, 2009. С.111-113.

27. *Алексеев К.П., Каюмов Р.А., Сулейманов А.М., Мухамедова И.З.* Структура определяющих соотношений для компонент пленочно-тканевого композита // Математическое моделирование и краевые задачи: Тр. межвуз. конф. Самара, 2003. С.68 - 72.
28. *Сулейманов А.М. Еремин Н.Ф., Куприянов В.Н.* Старение пленочно-тканевых материалов в двухосном напряженном состоянии // Работоспособность композиционных строительных материалов в условиях воздействия различных эксплуатационных факторов. Казань: КХТИ, 1985. С.65-67.
29. *Галимов Н.К., Нуруллин Р.Г., Леонтьев А.А.* Об упругом равновесии защемленных круглых мембран под действием равномерного давления // Актуальные проблемы механики сплошной среды. ИММ КазНЦ РАН. Казань: Изд-во КГУ, 2004. С.129-139.
30. *Галимов Н.К., Якупов С.Н.* Исследование механических характеристик нелинейно деформируемых сферических мембран // Труды 2 междун. конференции «Проблемы нелинейной механики деформируемого твердого тела». Казань: КГУ, 2009. С. 105-107.
31. *Галимов Н.К., Якупов С.Н.* К определению модуля упругости сферических оболочек // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. №4, 2009. С.13-18.
32. *Галимов Н.К., Якупов С.Н.* К определению модуля упругости тонкостенных сферических оболочек из пластичных материалов // Труды Междун. Науч.-практ. конф. «Инженерные системы-2009». М.: РУДН, 2009. Т.II. С.362-366.
33. *Якупов Н.М., Галимов Н.К., Галимов Ш.К.* Об одной методике экспериментально теоретического исследования прочности полимерных пленок. Актуальные проблемы механики сплошной среды. Казань: ИММ КазНЦ РАН, 2001. С.456-461.
34. *Якупов Н.М., Галимов Н.К., Леонтьев А.А.* Экспериментально-теоретический метод исследования прочности полимерных пленок // Механика композиционных материалов и конструкций. 2000. Т.6, №2. С.238-243.
35. *Якупов Н.М., Галимов Н.К., Леонтьев А.А., Нургалиев А.Р.* Экспериментально-теоретический метод исследования

полимерных пленок // Актуальные проблемы механики сплошной среды. Казань: ИММ КазНЦ РАН, 2001. С.137-146.

36. Якупов Н.М., Галимов Н.К., Нургалиев А.Р., Салихов Э.Н. Прочность тонких пленок с дефектами // Проблемы прочности и пластичности. Межвуз. сборник. Изд. Нижегородского ун-та. Н.Новгород, 2002. С.131-134.
37. Якупов Н.М., Галимов Н.К., Якупов С.Н. Экспериментально-теоретический подход определения механических характеристик плоских и неплоских пленок и мембран со сложной структурой // Пленки и покрытия - 2009: Труды 9 Международной конференции. С.-Пб.: Изд-во Политех. ун-та, 2009. С.97-99.
38. Якупов Н.М., Галимов Н.К., Якупов С.Н. К исследованию механических характеристик тонкослойных образцов сложной структуры с неплоской исходной формой // Инновации РАН – 2010: материалы ежегодной научно-практической конференции. Казань: Изд-во «Слово», 2010. С. 320-323.
39. Якупов Н.М., Галявиев Ш.Ш., Нургалиев А.Р., Якупов С.Н. Состояние конструкций градилен и предотвращение их разрушения // Проблемы энергетики. 2006, № 7-8. С.36-42.
40. Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р., Якупов С.Н. Экспериментальное исследование пленок и мембран с использованием координатно-измерительной машины FARO // Труды Международной научно-практической конференции «Инженерные системы - 2010». М.: РУДН, 2010. С.152-155.
41. Якупов Н.М., Куприянов В.Н., Нуруллин Р.Г., Якупов С.Н. Способ определения прочностных свойств тончайших пленок и нанопленок и устройство для его осуществления: Патент РФ на изобретение №2387973.
42. Якупов Н.М., Куприянов В.Н., Нуруллин Р.Г., Якупов С.Н. К исследованию механических характеристик тонких пленок и нанопленок // Межд. форум по нанотехнологиям. Сборник докладов научно-технологических секций. Т.1. М.: Роснано. 2008. С.543-545.
43. Якупов Н.М., Куприянов В.Н., Якупов С.Н. К исследованию механических характеристик пленок и пленочных структур // Известия КГАСУ. №1 (9) / 2008. С.106-112.

44. Якупов Н.М., Куприянов В.Н., Якупов С.Н. Исследование механических характеристик полимерных пленок, подверженных воздействию солнечного облучения и отрицательных температур // Российская академия архитектуры и строительных наук: Вестник отделения строительных наук. Периодическое научное издание. Выпуск 12. Белгород, 2008. С.301-310.
45. Якупов Н.М., Нургалиев А.Р., Якупов С.Н. Методика испытания пленок и мембран в условиях равномерного распределенного поверхностного давления // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2008. Т.74. №11. С.54-56.
46. Якупов Н.М., Нургалиев А.Р., Якупов С.Н. Приведенные механические характеристики элементов конструкций со сложной структурой // Труды Межд. научно-практической конференции «Инженерные системы -2010», М.: РУДН, 2010. С.156-159.
47. Якупов Н.М., Нуруллин Р.Г., Галимов Н.К., Галявиев Ш.Ш. Способ определения прочностных свойств пленочных материалов: Патент на изобретение РФ № 2184361.
48. Якупов Н.М., Нуруллин Р.Г., Нургалиев А.Р., Якупов С.Н. Способ испытаний образцов металлических мембран под напряжением и устройство для его осуществления: Патент РФ на изобретение № 2296976.
49. Якупов Н.М., Нуруллин Р.Г., Нургалиев А.Р., Якупов С.Н. Способ определения прочностных свойств тонкослойных материалов: Патент РФ на изобретение № 2310184.
50. Якупов Н.М., Нуруллин Р.Г., Якупов С.Н. Методология исследования механических характеристик тонких пленок и нанопленок // Вестник Машиностроения. 2009. №6. С.44-47.
51. Якупов Н.М., Якупов С.Н. Определение механических характеристик пленок с порами, нановключениями и нанопокрытиями // Сборник тез. докл. участ. Второго Межд. форума по нанотехнологиям. М.: РОСНАНО, 2009. С.427-429.
52. Якупов Н.М., Якупов С.Н. Методы расчета пленочных элементов конструкций: Учебное пособие. Казань, КГАСУ, 2007. 117 с.
53. Якупов Н.М., Якупов С.Н., Шафигуллин Р.И. Механика полимерных пленок, подверженных воздействию солнечного излучения и минусовых температур // XVIII сессии Междун.

школы по моделям механики сплошной среды. Материалы Межд. конференции. Саратов, 2007. С.305-308.

54. Якупов Н.М., Якупов С.Н., Шафигуллин Р.И., Шагидуллина Л.Н. О влиянии солнечного излучения на механические характеристики полимерных пленок // Пленки и покрытия - 2007. Труды 8 Международной конференции. 22-25 мая 2007. С-Пб. Изд-во Политехн. ун-та, 2007. С.108-110.
55. Якупов С.Н. Способ определения механических характеристик тонких покрытий в системе «покрытие - подложка» // Сб. тез. докл. участ. Второго Межд. конкурса научных работ молодых ученых в области нанотехнологий. М.:РОСНАНО,2009. С.488-489.
56. Якупов С.Н. К определению механических характеристик нанопокровтий // Инновации РАН – 2010: матер. науч.-прак. конференции. Казань: Изд-во «Слово», 2010. С.352-355.
57. Якупов С.Н. Механические характеристики тонких покрытий из оксида титана в системе «покрытие - полимерная пленка // Механика композиционных материалов и конструкций, 2010.Т.16,№3.С.436-444.
58. Якупов С.Н., Нуруллин Р.Г., Шафигуллин Р.И., Якупов Н.М. Устройство для испытания пленочных композиций и некоторые результаты исследования пленок с дефектами // Тр. XXI Межд. конф. по теории оболочек и пласт. СГТУ,Саратов,2005.С.249-251.
59. Якупов Н.М. Механика: проблема - идея - практика. Казань: Казан. гос. ун-т, 2010. 161 с.
60. Муштару Х.М., Галимов К.З. Нелинейная теория упругих оболочек. Казань: Таткнигоиздат, 1957. 432 с.
61. Галимов К.З. К общей теории пластин и оболочек при конечных перемещениях и деформациях // ПММ.1951.Т.15 Вып.6.С.723-742.
62. Отто Ф., Тростель Р. Пневматические строительные конструкции. Конструирование и расчет сооружений из тросов, сеток и мембран. М.: Стройиздат, 1967. 320 с.
63. Ильюшин А.А. Пластичность. М.; Л.: Гостехиздат, 1948. 376 с.
64. Гурский Д., Турбина Е. МАТНСАД для студентов и школьников. С.-Пб.: ПИТЕР. 2005. 395с.
65. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. Издательство «Высшая школа», Москва, 1966.