

УДК 532.546

**РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ДВУХФАЗНОЙ  
ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ НА ГРАФИЧЕСКИХ  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ МЕТОДАМИ  
ДЕКОМПОЗИЦИИ ОБЛАСТИ**

А.В. Цепяев

tsepaev@mail.knc.ru

Численные алгоритмы с декомпозицией применены для решения трехмерной задачи двухфазной фильтрации жидкости на графических вычислительных системах. Показана их эффективность, возрастающая с увеличением числа сгущающихся участков сетки. В основу численной аппроксимации задачи положен метод контрольных объемов.

Параллельные вычисления на сегодняшний день являются одной из наиболее актуальных и приоритетных тем для исследования [1]. Таким пристальным вниманием параллельные вычисления обязаны стремительным ростом объемов данных, нуждающихся в обработке. Спектр исследуемых задач крайне широк. К таким задачам относятся трехмерные задачи математической физики в областях сложной геометрии. При их численном решении сеточными методами возникают системы уравнений большой размерности. Эти задачи могут быть решены за приемлемое время лишь, будучи запущены на суперкомпьютере, обладающим производительностью в сотни терафлопов. Суперкомпьютеры неплохо освоены, для них написано множество прикладных пакетов. Однако из-за высокой стоимости таких систем необходимо искать альтернативу. В настоящий момент большая часть персональных компьютеров оснащается отдельными видеокартами. Именно графические вычислительные системы могут стать решением проблемы обработки трудоемких вычислительных задач [2-4]. Одним из достоинств графических процессоров является то, что они показывают хорошие результаты в параллельной обработке данных, с одной и той же

последовательностью действий, применяемых к большому объему данных.

При решении задач многофазной фильтрации [5-6] на каждом временном шаге приходится определять поля давления и насыщенности. Для решения сеточных систем уравнений по давлению и насыщенности использовались два различных метода декомпозиции области: один метод для решения сеточных уравнений по давлению, другой - для решения сеточных уравнений по насыщенности [7]. Метод декомпозиции области по определению поля давления основан на независимом решении систем алгебраических уравнений для сгущающихся участков сетки в подобластях и новом типе согласования этих решений с решением на грубой сетке. Новый тип согласования заключается в представлении решения в подобластях сгущения сетки в виде суммы двух решений. Первое решение на исходной сетке, второе решение на введенной дополнительной грубой сетке. Алгоритм построен таким образом, что при итерационном процессе значения решений на дополнительных грубых сетках стремятся к нулю, и решение полученной системы сходится к решению исходной системы алгебраических уравнений. Для решения уравнения по насыщенности разработан новый метод декомпозиции области, основанный на сочетании элементов явной и неявной схем. Решение систем уравнений по явным схемам не представляет трудностей, но при наличии размерности ячеек, соизмеримой с диаметром скважин, требуется маленький шаг по времени, что приводит к большим вычислительным затратам. Решение систем уравнений по неявным схемам требует использования предиктор-корректор процедуры. В предлагаемом методе на каждом временном шаге сеточные уравнения по насыщенности для сгущающихся участков решаются независимо по неявной схеме. Согласование полученных решений с решением на грубой сетке достигается за счет сочетания элементов явной и неявной схем в определении насыщенности для ячеек, окружающих сгущающиеся участки, без использования предиктор-корректор процедуры.

На основе предложенных методов декомпозиции построены алгоритмы для решения задачи на графических вычислительных системах. Показана эффективность построенных алгоритмов с

декомпозицией области в сравнении с алгоритмами без декомпозиции.

Данные методы декомпозиции области применялись также при решении задач фильтрации однофазной жидкости, подчиняющейся нелинейному закону Форхгеймера [8], напорно-безнапорной фильтрации [9], трехфазной фильтрации [10].

### Постановка задачи двухфазной фильтрации

Область решения представляется многосвязной областью, внутренние поверхности которой определяются интервалами вскрытия скважин. Интервалы вскрытия скважин являются особенностями задачи, требующими сгущения сетки. Задача решается в области  $D$ , представляющей собой пласт, ограниченный кровлей, подошвой, боковыми поверхностями и поверхностями

интервалов вскрытия скважин  $V_k$ ,  $k = 1, \dots, N$ . Объединение  $\bigcup_{k=1}^N V_k$  является дополнением многосвязной области  $D$  до односвязной области. Система уравнений двухфазной фильтрации несжимаемых жидкостей без учета капиллярных и гравитационных сил записывается в виде

$$\operatorname{div}((K_o + K_w)\operatorname{grad} p) = 0, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{q}_w) + m\partial S_w / \partial t = 0, \quad (2)$$

при граничных условиях

$$p = p_\Gamma \text{ на } \Gamma_1, \quad (3)$$

$$-(K_o + K_w)\partial p / \partial n = q_{\Gamma n} \text{ на } \Gamma_2, \quad (4)$$

$$p|_{\partial V_k} = P_k, \quad k = 1, \dots, N, \quad (5)$$

$$S_w = S_{w\Gamma} \text{ на } \Gamma_3, \quad (6)$$

и начальном условии

$$S_w = S_w^0 \text{ в } D, \quad (7)$$

где  $p = p(x, y, z)$  – давление,  $\mathbf{q}_w = K_w / (K_w + K_o)\mathbf{q}$  – вектор скорости фильтрации вытесняющей жидкости (воды),  $\mathbf{q} = -(K_w + K_o)\operatorname{grad} p$  – вектор скорости фильтрации,  $S_o$  – нефтенасыщенность,  $S_w$  – водонасыщенность,  $S_o + S_w = 1$ ,  $K_o = K_o(S_w) = k f_o / \mu_o$ ,

$K_w = K_w(S_w) = k f_w / \mu_w$  - фазовые проницаемости,  $f_w = f_w(S_w)$ ,  
 $f_o = f_o(S_o)$  - относительные фазовые проницаемости,  $k$  -  
 абсолютная проницаемость,  $\mu_o, \mu_w$  - динамические вязкости фаз,  $m$  -  
 пористость,  $\Gamma_1 + \Gamma_2 = \Gamma$  - внешняя граничная поверхность области  $D$ ,  
 $\Gamma_3$  - часть поверхности  $\Gamma$ , через которую жидкость поступает в пласт,  
 $\partial V_k$  - поверхность интервала вскрытия  $k$ -ой скважины,  $P_k$  - заданное  
 давление на  $k$ -ой скважине,  $N$  - число скважин. Для области  $D$  введем  
 следующие соотношения:  $\bar{D} = \bar{D}_0 \cup (\cup_{k=1}^N \bar{D}_k)$ ,  $D_i \cap D_j = \emptyset$ ,  $i \neq j$ ,  
 $\bar{D}_0 \cap \bar{D}_k = \gamma_k$ ,  $S_k \cap \gamma_k = \emptyset$ , где  $D_k$  - прискважинные подобласти,  $S_k$  -  
 суммарная поверхность интервалов вскрытия  $k$ -ой скважины. Пласт  
 покрыт сеткой  $\Omega$ , ячейки которой в прискважинных зонах  $D_k$   
 уменьшаются в размерах к интервалам вскрытия скважин по  
 убывающей геометрической прогрессии.

### Построение сетки

Системы дифференциальных уравнений аппроксимировались  
 методом контрольных объемов. Построение сетки в методе  
 контрольных объемов проводилось по следующему алгоритму:

1. Вся область решения покрывается грубой сеткой, элементы  
 которой представляют собой параллелепипеды. Элементы  
 построенной грубой сетки образуют множество  $E$ .

2. Определяется множество  $A$  из элементов множества  $E$ ,  
 имеющих общие точки с интервалами вскрытия скважин. Множество  
 $B$  состоит из элементов, примыкающих к границам множества  $A$ .

3. Элементы множеств  $A$  и  $B$  разбиваются вертикальными  
 плоскостями по длине и ширине на 4 равных параллелепипеда. В  
 случае, когда размеры полученных параллелепипедов по вертикали  
 превосходят размеры по горизонтали, элементы дополнительно  
 разбиваются горизонтальной плоскостью на 2 равных  
 параллелепипеда.

4. Полученное множество параллелепипедов определяется как  
 множество  $E$ , и переопределяются множества  $A$  и  $B$ .

5. В случае, когда размеры ячеек из множества  $A$  имеют размеры радиуса скважины, переходим к следующему пункту, в противном случае переходим к п. 3.

6. Из множества  $E$  исключаются элементы, отстоящие от поверхности интервалов вскрытия скважин на расстоянии менее радиуса скважин. Полученная область является многосвязной с внутренними границами, состоящими из граней элементов, окружающих интервалы вскрытия скважин.

7. Множество  $E$  дополняется криволинейными элементами, одна из граней которых является гранью внутренней границы. Противоположные грани определяются проектированием вершин граней внутренней границы на интервалы вскрытия по нормали к последним. На рис.1 приведен криволинейный элемент в разрезе горизонтальной плоскостью.

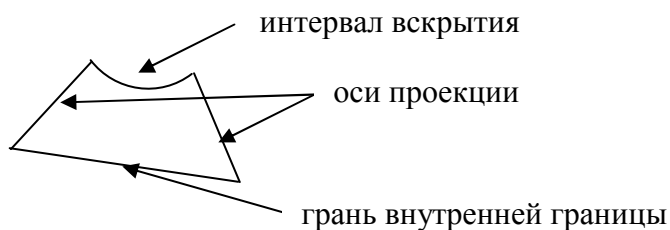


Рис.1. Криволинейный элемент в разрезе горизонтальной плоскостью.

Сетка  $\Omega$  определяется как объединение множества центральных точек элементов множества  $E$  и множества центральных точек граней внешней и внутренних поверхностей области, образуемой элементами множества  $E$ . Требуется определить сеточную функцию  $p_\Omega$  в узлах  $\Omega$  и значения насыщенностей  $S_w$ ,  $S_o$  в ячейках множества  $E$ .

Расходы  $Q_{j,i}$ , выходящие из  $j$ -ой ячейки в  $i$ -ую, запишем в виде

$$Q_{j,i} = (p_j - p_i) / R_{i,j},$$

где  $R_{i,j} = A_{i,j} / (K_{wi} + K_{oi}) + A_{j,i} / (K_{wj} + K_{oj})$ ,  $A_{i,j}$  - коэффициенты, учитывающие сопротивление потоку жидкости между  $i$ -ой и  $j$ -ой ячейками за счет  $i$ -ой ячейки,  $p_i$  - давление в  $i$ -ой ячейке,  $p_j$  -

давление в  $j$ -ой ячейке. Для параллелепипедов  $A_{i,j} = L_{i,j} / D_{i,j}$ , где  $D_{i,j}$  - площадь общей граничной поверхности  $i$ -ой и  $j$ -ой ячеек,  $L_{i,j}$  - расстояние от узлового значения  $i$ -ой ячейки до общей граничной поверхности. Для криволинейных элементов коэффициенты  $A_{i,j}$  вычислялись численно с учетом движения потока по нормали к интервалу вскрытия. Сопротивление потоку жидкости в расходах через грани внешней и внутренних поверхностей учитывалось только за счет приграничных ячеек. Полученные расходы использовались для составления балансовых уравнений по давлению.

### Алгоритмы решения задачи с декомпозицией области

Решение задачи по определению поля давления  $p$  и насыщенности  $S_w$  на  $(n+1)$ -ом временном шаге включает следующие этапы.

1) Вычисляются давления  $p_i^{n+1}$  из системы, (1), (3)-(5) со значениями  $K_{oi}^n, K_{wi}^n$ . Предлагается метод декомпозиции области по определению поля давления. Для этого вводятся дополнительные грубые сетки  $\omega_k$ , покрывающие области  $D_k \cup V_k$  и имеющие размер ячеек, эквивалентный размеру ячеек  $\Omega$  в  $D_0$ . Решение  $p$  в области  $D_0$  представляется как  $p_1$  с граничными условиями  $p_1 = p_{1\gamma_k}$  на границах раздела  $\gamma_k$  области  $D_0$  и прискважинных подобластей  $D_k$ , а вне области  $D_0$  как сумму двух решений  $p_{2k}$  и  $p_{3k}$ . Решения  $p_{2k}$  определяются на сетке  $\Omega$  в областях  $D_k$ , а решения  $p_{3k}$  на сетках  $\omega_k$  в областях  $D_k \cup V_k$ , при этом  $p_{1\gamma_k} = p_{2\gamma_k} + p_{3\gamma_k}$  на границах  $\gamma_k$ .

Постановка задачи для определения  $p_1$  на сетке  $\Omega$ :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(K_w + K_o) \operatorname{grad} p_1 &= 0 \text{ в } D_0, \\ p_1 &= p_\Gamma \text{ на } \Gamma_1 \cap D_0, \\ -(K_w + K_o) \partial p_1 / \partial n &= q_n \text{ на } \Gamma_2 \cap D_0, \\ p_1 &= p_{1\gamma_k} \text{ на } \gamma_k, k = 1 \dots N. \end{aligned} \quad (8)$$

Постановка задачи для определения  $p_{2k}$  ( $k = 1, \dots, N$ ) на сетке  $\Omega$ :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(K_w + K_o) \operatorname{grad} p_{2k} &= 0 \text{ в } D_k, \\ p_{2k} &= p_\Gamma \text{ на } \Gamma_1 \cap D_k, \end{aligned}$$

$$-(K_w + K_o) \partial p_{2k} / \partial n = q_n \text{ на } \Gamma_2 \cap D_k, \quad (9)$$

$$p_{2k} |_{\partial V_k} = P_k,$$

$$p_{2k} = p_{2\gamma k} \text{ на } \gamma_k.$$

Постановка задачи для определения  $p_{3k}$  ( $k = 1, \dots, N$ ) на сетке  $\omega_k$ :

$$\operatorname{div}(K_w + K_o) \operatorname{grad} p_{3k} = 0 \text{ в } D_k \cup V_k,$$

$$p_{3k} = 0 \text{ на } \Gamma_1 \cap (D_k \cup V_k),$$

$$(K_w + K_o) \partial p_{3k} / \partial n = 0 \text{ на } \Gamma_2 \cap (D_k \cup V_k), \quad (10)$$

$$p_{3k} = p_{3\gamma k} \text{ на } \gamma_k.$$

Решения  $p_1$ ,  $p_{2k}$  и  $p_{3k}$  при известных граничных значениях  $p_{\Gamma_{1k}}$ ,  $p_{\Gamma_{2k}}$ ,  $p_{\Gamma_{3k}}$  независимо определяются из систем уравнений (8), (9) и (10) соответственно. При выполнении условий на границах раздела  $\gamma_k$  относительно давлений  $p_{\Gamma_{1k}} = p_{\Gamma_{2k}} + p_{\Gamma_{3k}}$  и относительно нормальных составляющих скоростей фильтрации  $q_{1kn} + q_{2kn} + q_{3kn} = 0$  для определения решений  $p_1$ ,  $p_{2k}$ ,  $p_{3k}$  достаточно задания начальных условий и граничных значений  $p_{\Gamma_{3k}}$ . При значениях  $p_{\Gamma_{3k}} = 0$  система уравнений (8)-(10) эквивалентна исходной системе уравнений, (1), (3)-(5). Таким образом, для получения решения исходной системы уравнений необходимо построить алгоритм решения системы (8)-(10), в котором  $p_{3k} \rightarrow 0$ .

На каждой итерации  $i \geq 1$  независимо определяются  $p_{2k}^i$  из решения задач (9) с граничными значениями на  $\gamma_k$

$$p_{2\gamma k}^i = p_{2\gamma k}^{i-1} + p_{3\gamma k}^{i-1}, \quad (11)$$

где  $p_{2\gamma k}^0$ ,  $p_{3\gamma k}^0$  берутся с предыдущего временного шага. Для определения  $p_1^i$ , и  $p_{3k}^i$  совместно решаются системы уравнений (8), (10) на грубой сетке с дополнительными условиями  $p_{\Gamma_{1k}}^i - p_{\Gamma_{3k}}^i = p_{\Gamma_{2k}}^i$  и  $q_{1kn}^i + q_{3kn}^i = -q_{2kn}^i$  на  $\gamma_k$  при фиксированных узловых значениях решений  $p_{2k}^i$ . В вычислительном процессе, построенном таким образом, граничные значения  $p_{3\gamma k}^i$  «сносятся»

после каждой итерации по правилу (11) на граничные значения  $p_{2\gamma k}^i$ . В результате  $p_{3k}^i$  с ростом  $i$  стремятся к нулю, и  $i$ -ое приближение давления определяется решением  $p_1^i$  в области  $D_0$  и решениями  $p_{2k}^i$  в подобластях  $D_k$ .

2. Определяются насыщенности в ячейках сетки при вычисленных значениях  $p_i^{n+1}$ . Предлагается метод декомпозиции области по определению поля насыщенности.

а) Вычисляются полные расходы жидкости, выходящие из ячеек грубой сетки в единицу времени

$$Q_{j,i}^{n+1} = (p_j^{n+1} - p_i^{n+1}) / R_{i,j}^n \quad (12)$$

где  $R_{i,j}^n = A_{i,j} / (K_{wi}^n + K_{oi}^n) + A_{j,i} / (K_{wj}^n + K_{oj}^n)$ ;  $A_{i,j}$  - коэффициенты, учитывающие сопротивление потоку жидкости между  $i$ -ой и  $j$ -ой ячейками за счет  $i$ -ой ячейки;  $p_i^{n+1}$  - давление в  $i$ -ой ячейке. Формулы для вычисления коэффициентов  $A_{i,j}$  записываются в виде:  $A_{i,j} = L_{i,j} / D_{i,j}$ , где  $D_{i,j}$  - площадь общей граничной поверхности  $i$ -ой и  $j$ -ой ячеек,  $L_{i,j}$  - расстояние от узлового значения  $i$ -ой ячейки до общей граничной поверхности.

б) Для полных расходов, выходящих из ячеек грубой сетки, вычисляются фазовые расходы по явной схеме

$$Q_{wj,i}^{n+1,\text{я}} = (K_w^n / (K_w^n + K_o^n))_{j,i}^{up} Q_{j,i}^{n+1},$$

$$\text{где } (K_w^n / (K_w^n + K_o^n))_{j,i}^{up} = \begin{cases} (K_{wi}^n / (K_{wi}^n + K_{oi}^n)), p_i \geq p_j \\ (K_{wj}^n / (K_{wj}^n + K_{oj}^n)), p_i < p_j \end{cases},$$

с) Для каждой прискважинной зоны независимо вычисляются насыщенности по неявной схеме из системы уравнений

$$m_i V_i (S_{wi}^{n+1} - S_{wi}^n) / \Delta t = \sum_j Q_{wj,i}^{n+1}, \quad (13)$$

где сумма берется по  $j$ -ым ячейкам, окружающим  $i$ -ую ячейку,  $Q_{wj,i}^{n+1} = Q_{wj,i}^{n+1,\text{я}}$  для  $j$ -ых ячеек грубой сетки, из которых расход поступает в прискважинную зону, в остальных случаях



$$Q_{wj,i}^{n+1} = Q_{wj,i}^{n+1,ня} = (K_w^{n+1} / (K_w^{n+1} + K_o^{n+1}))_{j,i}^{up} Q_{j,i}^{n+1}.$$

Фазовые расходы  $Q_{wj,i}^{n+1,я}$  являются граничными условиями при решении системы (13).

d) Вычисляются насыщенности для ячеек грубой сетки  $S_{wi}^{n+1} = S_{wi}^n + (\Delta t / m_i V_i) \sum_j Q_{wj,i}^{n+1}$  где значения  $Q_{wj,i}^{n+1} = Q_{wj,i}^{n+1,ня}$  берутся из решения системы уравнений (13) для  $j$ -ых ячеек прискважинных зон, из которых расход поступает в ячейки грубой сетки,  $Q_{wj,i}^{n+1} = Q_{wj,i}^{n+1,я}$  в остальных случаях.

### Численные эксперименты

Предложенный алгоритм тестировался при решении модельной трехмерной задачи двухфазной фильтрации жидкостей с различным числом вертикальных добывающих скважин. Рассматривался десятислойный пласт ( $\approx 1\text{км} \times 1\text{км} \times 0.018\text{км}$ ) с толщинами слоев  $d_1 = 1\text{ м}$ ,  $d_2 = 1\text{ м}$ ,  $d_3 = 3\text{ м}$ ,  $d_4 = 1\text{ м}$ ,  $d_5 = 1\text{ м}$ ,  $d_6 = 1\text{ м}$ ,  $d_7 = 2\text{ м}$ ,  $d_8 = 1\text{ м}$ ,  $d_9 = 2\text{ м}$ ,  $d_{10} = 5\text{ м}$  и абсолютными проницаемостями  $k_1 = 10^{-3}$  дарси,  $k_2 = 10^{-2}$  дарси,  $k_3 = 25 \times 10^{-3}$  дарси,  $k_4 = 10^{-2}$  дарси,  $k_5 = 10^{-3}$  дарси,  $k_6 = 10^{-2}$  дарси,  $k_7 = 5 \times 10^{-2}$  дарси,  $k_8 = 10^{-2}$  дарси,  $k_9 = 10^{-3}$  дарси,  $k_{10} = 15 \times 10^{-3}$  дарси соответственно. Кровля пласта считалась непроницаемой, на боковых поверхностях и подошве пласта давление  $P_\Gamma = 125\text{ атм}$ , на скважинах  $P_\kappa = 30\text{ атм}$ , на боковой поверхности насыщенность  $S_w = 0$ , на подошве  $S_w = 1$ . Начальная насыщенность  $S_w = 0$ . Динамическая вязкость воды -  $\mu_w = 1\text{ мПа} \cdot \text{с}$ , динамическая вязкость нефти -  $\mu_o = 15\text{ мПа} \cdot \text{с}$ , плотность нефти  $\rho_o = 0.882\text{ г} / \text{см}^3$ , плотность воды  $\rho_w = 1\text{ г} / \text{см}^3$ . Относительные фазовые проницаемости брались линейными функциями от насыщенностей. Каждый интервал вскрытия моделировался круговым цилиндром с радиусом основания  $r=0,1\text{ м}$  и замыкался сверху и снизу сферическими поверхностями радиуса  $r=0,1\text{ м}$ . Таким образом, для каждой точки поверхности интервалов вскрытия вектор нормали определен однозначно. Ячейки, примыкающие к скважинам, имели размеры как в горизонтальной плоскости, так и по высоте, порядка

0,1 м. Сетка  $\Omega$  содержала около 15250 узлов в каждой из прискважинных областей  $D_k$ . Грубая сетка содержала около 8500 узлов.

Все системы уравнений решались на графическом процессоре компании MSI NVIDIA GTS 250 с 1 Г оперативной памяти и 128 вычислительных ядер. Для реализации алгоритмов использовалась технология CUDA. Для хранения разреженных матриц в памяти использовалась так называемая модифицированная строчная схема (Modified Sparse Row, MSR). Эта схема часто является удобной для нескольких важных операций над разреженными матрицами: сложения, умножения, перестановок строк и столбцов, транспонирования, решения линейных систем с разреженными матрицами коэффициентов как прямыми, так и итерационными методами.

В данной работе системы линейных алгебраических уравнений решались методом сопряженных градиентов, а также методом Якоби для решения систем уравнений по определению поля насыщенности. Для реализации этих методов на графических вычислительных системах необходимо реализовать процедуры умножения матрицы на вектор, скалярное умножение вектора на вектор, умножение вектора на число и другие операции над векторами и матрицами. При этом, одной из наиболее важных особенностей CUDA при реализации данных алгоритмов является доступ к памяти. При проектировании алгоритма для CUDA крайне важно помнить обо всех видах памяти и их особенностях. Так, к примеру, нужно минимизировать количество обращений к глобальной и локальной памяти, т.к. они медленные и не поддерживают кэширования.

Выделим блоки программы, которые вычислялись на графическом вычислительном устройстве:

- 1) Решение систем уравнений для определения поля давлений.
- 2) Определение поля насыщенностей по явным схемам для ячеек внескважинной зоны.
- 3) Решение систем уравнений по неявной схеме для определения насыщенностей в прискважинных зонах.

На рис. 2 - 4 приведено расчетное время решения задачи на CPU и GPU с различным числом сгущающихся участков.

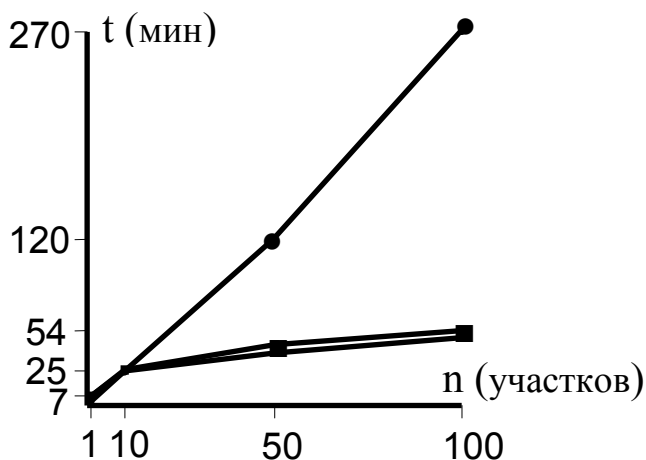


Рис. 2. Времена решения задачи с декомпозицией области по определению поля давления и без декомпозиции области.

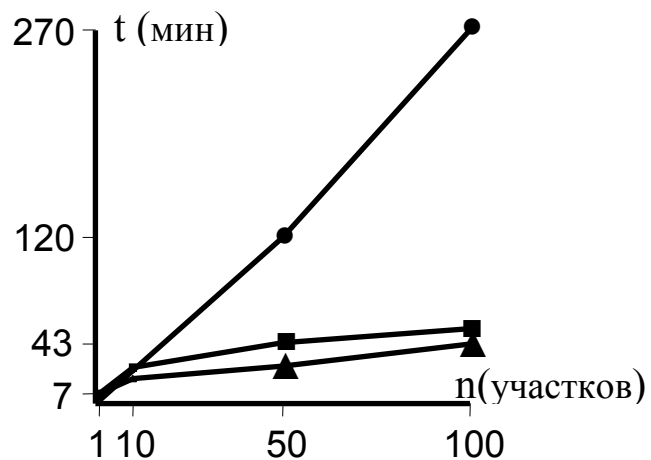


Рис. 3. Времена решения задачи с декомпозицией области по определению поля насыщенности и без декомпозиции области.

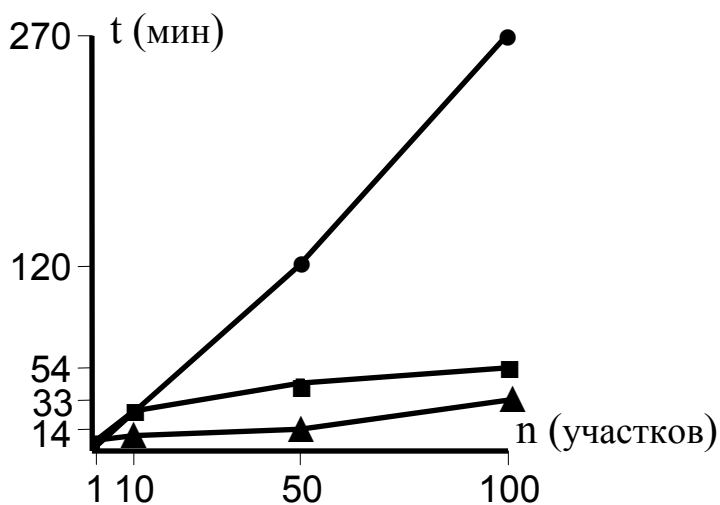


Рис. 4. Времена решения задачи с декомпозицией области по определению поля давления и поля насыщенности и без декомпозиции области.

- решение задачи с декомпозицией на CPU
- решение задачи без декомпозиции на GPU
- ▲- решение задачи с декомпозицией на GPU

Из приведенных графиков видна эффективность предложенных алгоритмов при решении задач на GPU с большим числом

сгущающихся участков сетки по сравнению с алгоритмом, решенным на CPU, а также с алгоритмом без декомпозиции области.

### **Заключение**

Построены алгоритмы для решения задачи двухфазной фильтрации жидкости на сетках со сгущающимися участками, основанные на методах декомпозиции области. Декомпозиция сеточной системы уравнений по определению поля давления основана на согласовании решений для сгущающихся участков с решением на грубой сетке за счет введения дополнительных грубых сеток. Декомпозиция сеточной системы уравнений по определению поля насыщенности основана на независимом решении уравнений на сгущающихся участках по неявным схемам и на согласовании этих решений с решением на грубой сетке с использованием элементов явной и неявной схем. На основе предложенных методов декомпозиции построены алгоритмы для решения задачи на графических вычислительных системах.

Результаты тестирования показали, что наблюдается более чем шестикратный выигрыш во времени решения методами декомпозиции области на GPU по сравнению с методами декомпозиции области на CPU при решении задач со 100 сгущающимися участками. Сравнение методов без декомпозиции области на GPU с методами декомпозиции на GPU дает выигрыш в 1,6 раз.

Работа выполнена в рамках программы Президиума РАН №14 «Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация».

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. *Воеводин В. В., Воеводин Вл. В.* Параллельные вычисления. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 608с.
2. *Tarditi D., Puri S., Oglesby J.* Accelerator: Using Data Parallelism to Program GPUs for General-Purpose Uses // Microsoft Research, 2006, 11 с.

3. *Luebke D., Harris M., Kruger J., и др.* GPGPU: General Purpose Computation On Graphics Hardware. // SIGGRAPH, 2005, 277 с.
4. *Dominik G.* GPGPU:Basic Math Tutorial. 2006. <http://www.mathematik.unidortmund.de/~goeddeke/gpgpu/tutorial.html>.
5. *Басниев К. С., Власов А.М., Кочина И.М., Максимов В.М.* Подземная гидравлика. М.: Недра, 1986, 303 с.
6. *Азис Х., Сеттари Э.* Математическое моделирование пластовых систем. М.: Недра, 1982, 407 с.
7. *Мазуров П.А., Ценаев А.В.* Алгоритмы для распараллеливания решения задач двухфазной фильтрации жидкости на сетках со сгущающимися участками. Вычислительные методы и программирование. 2006, Т.7, №2, С. 115–123.
8. *Мазуров П.А., Ценаев А.В.* Метод решения нелинейных задач фильтрации жидкости в трехмерных пластах с гидродинамически несовершенными скважинами. Математическое моделирование. 2004, Т.16, №3, С. 33-42.
9. *Губайдуллин Д.А., Мазуров П.А., Ценаев А.В.* Алгоритм решения трехмерных задач напорно-безнапорной стационарной фильтрации жидкости со сгущающимися участками сетки. Вычислительные методы и программирование. 2005, Т.6, №2, С. 217 - 225.
10. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.И., Ценаев А.В.* Алгоритмы распараллеливания на сгущающихся сетках в задачах трехфазной фильтрации жидкости. Вычислительные методы и программирование. 2007, Т.8, №2, С. 360 - 366.