

УДК 532.529:534.2

ЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ РАЗНОЙ ГЕОМЕТРИИ В ДВУХФРАКЦИОННЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ С ФАЗОВЫМИ ПРЕВРАЩЕНИЯМИ

Д.А. Губайдуллин, А.А. Никифоров, Е.А. Терегулова

gubajdullin@mail.knc.ru, anikiforov1@yandex.ru, teregulova@inbox.ru

Исследовано распространение плоских, сферических и цилиндрических акустических волн в двухфракционных смесях газа с паром, каплями и твердыми частицами разных материалов и размеров с фазовыми превращениями. Учтены нестационарные и неравновесные эффекты межфазного обмена импульсом, массой и теплом. Представлена система дифференциальных уравнений движения смеси, выведено дисперсионное соотношение. Получены и проанализированы высоко- и низкочастотные асимптотики коэффициента затухания. С помощью метода быстрого преобразования Фурье выполнены расчеты по распространению импульсных возмущений в рассмотренных двухфракционных дисперсных системах.

Введение

Интерес к изучению многофазных сред связан с их широким распространением в природе и технике и диктуется промышленными и экологическими потребностями. Из многообразия гетерогенных сред могут быть выделены дисперсные смеси, представляющие собой смесь нескольких фаз, одной из которых являются различные включения (капли, твердые частицы) – аэрозоли, газовзвеси и т.д. Различные проблемы механики и теплофизики рассмотрены в известной монографии [1]. Приведены основные уравнения механики и теплофизики многофазных сред различной структуры, рассмотрены методы описания межфазного взаимодействия. Монография [2] представляет собой введение в механику дисперсных смесей пузырьков, капель и твердых частиц с газом или жидкостью. Для их описания используется единый подход, подробно изложены методы описания движения включений с учетом межфазного обмена импульсом и теплом. Особое внимание уделено задачам затухания и

дисперсии акустических волн, обсуждаются несколько основных точек зрения. Основы развитой теории распространения плоских акустических волн в смесях газа с паром и каплями жидкости с единых позиций механики многофазных сред изложены в монографии [3]. Основное внимание уделяется изучению влияния фазовых превращений на процессы дисперсии и диссипации возмущений. Предложены математические модели, выведены наиболее общие дисперсионные соотношения, проанализированы некоторые частные случаи, рассмотрены области применимости. В работе [4] проведено сравнение нелинейной и линейной теорий для описания дисперсии и диссипации звука в разбавленных суспензиях. Показано, что значительные различия между линейной и нелинейной теорией существуют при больших значениях частот возмущений. Установлено, что воздействие нелинейных эффектов на дисперсию и диссипацию возмущений за счет вязкого вклада больше, чем за счет теплопроводности. Впервые динамика импульсных волн малой амплитуды в монодисперсных парогазокапельных смесях исследована в [5]. Получены и проанализированы эволюционные уравнения типа волновых, описывающие распространение линейных волн в монодисперсных взвесах с фазовыми переходами. В [6] изучен аномальный эффект немонотонной зависимости диссипации слабых гармонических и импульсных возмущений от массовой концентрации капель m в монодисперсных аэрозолях с тепломассообменом. Установлено, что в некотором диапазоне изменения m и частот возмущений наблюдается уменьшение затухания возмущений с увеличением концентраций капель, являющихся источником и основной причиной диссипации волн. Распространение сферических и цилиндрических волн малой амплитуды в полидисперсных туманах с фазовыми превращениями впервые рассмотрено в [7]. В [8] изучено распространение акустических волн различной геометрии в двухфракционных газовзвесах с частицами разных материалов и размеров без учета фазовых превращений. В настоящей работе рассматривается распространение плоских, сферических и цилиндрических волн малой амплитуды в дисперсных системах, представляющих собой смеси газа с паром, каплями и частицами

разных размеров и веществ, когда одна из фракций участвует в фазовых переходах.

Линеаризованные уравнения возмущенного движения с учетом межфазного массо- и теплообмена

Линеаризованная система дифференциальных уравнений возмущенного движения парогазокапельной смеси с твердыми частицами в системе координат, относительно которой невозмущенная среда покоится, записывается аналогично [1, 7], но с учетом различия в составе дисперсной фазы и имеет вид

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho'_1}{\partial t} + \rho_{10} \left(\frac{\partial v'_1}{\partial r} + \theta \frac{v'_1}{r} \right) &= -n_{0l} j_{V\Sigma}, & \frac{\partial \rho'_V}{\partial t} + \rho_{V0} \left(\frac{\partial v'_1}{\partial r} + \theta \frac{v'_1}{r} \right) &= -n_{0l} j_{V\Sigma}, \\
 \frac{\partial \rho'_{2l}}{\partial t} + \rho_{20l} \left(\frac{\partial v'_{2l}}{\partial r} + \theta \frac{v'_{2l}}{r} \right) &= n_{0l} j_{\Sigma}, & \frac{\partial \rho'_{2a}}{\partial t} + \rho_{20a} \left(\frac{\partial v'_{2a}}{\partial r} + \theta \frac{v'_{2a}}{r} \right) &= 0, \\
 \frac{\partial v'_1}{\partial t} + \frac{1}{\rho_{10}} \frac{\partial p'_1}{\partial r} + m_l \frac{v'_1 - v'_{2l}}{\tau_{vl}^*} + m_a \frac{v'_1 - v'_{2a}}{\tau_{va}^*} &= 0, \\
 \frac{\partial v'_{2l}}{\partial t} = \frac{v'_1 - v'_{2l}}{\tau_{vl}^*}, & & \frac{\partial v'_{2a}}{\partial t} = \frac{v'_1 - v'_{2a}}{\tau_{vl}^*}, \\
 \frac{\partial T'_1}{\partial t} - \frac{1}{\rho_{10} c_{p1}} \frac{\partial p'_1}{\partial t} + \frac{T'_1 - T'_{\Sigma l}}{\tau_{T1l}^*} + \frac{T'_1 - T'_{\Sigma a}}{\tau_{T1a}^*} &= 0, & (1) \\
 \frac{\partial T'_{2l}}{\partial t} + \frac{T'_{2l} - T'_{\Sigma l}}{\tau_{T2l}^*} = 0, & & \frac{\partial T'_{2a}}{\partial t} + \frac{T'_{2a} - T'_{\Sigma a}}{\tau_{T2a}^*} = 0, \\
 \frac{c_{p1} g_0}{m_l} \frac{T'_1 - T'_{\Sigma l}}{\tau_{T1l}^*} + c_{2l} g_0 \frac{T'_{2l} - T'_{\Sigma l}}{\tau_{T2l}^*} &= -l_0 j_{\Sigma}, \\
 c_{p1} \frac{T'_1 - T'_{\Sigma a}}{\tau_{T1a}^*} + m_a c_{2a} \frac{T'_{2a} - T'_{\Sigma a}}{\tau_{T2a}^*} &= 0, \\
 p'_1 &= \frac{C_1^2}{\gamma_1 \alpha_{10}} (\rho'_1 + \Delta \bar{R} (\rho'_V - k_V \rho'_1)) + p_{10} \frac{T'_1}{T_0}, \\
 p'_1 &= \frac{C_V^2}{\gamma_V \alpha_{10}} \rho'_V + p_{V0} \frac{T'_1}{T_0}, \quad p'_{VS} = T'_{\Sigma a} \frac{l_0 \rho'_{V0}}{T_0}, \quad j_{\Sigma} = j_{V\Sigma}.
 \end{aligned}$$

Система уравнений (1) при значениях параметров $\theta = 0$ описывает плоские волны в декартовой системе координат, при $\theta = 1$ – цилиндрические волны в цилиндрической системе координат, при $\theta = 2$ – сферические волны в сферической системе координат.

Интенсивность межфазного взаимодействия зависит от частоты колебаний в соответствии с соотношениями [1, 3]

$$j_{\Sigma} = g_0 \frac{m_l^{\circ}}{\rho_{10}} \frac{p'_{V\Sigma} - p'_{VS}}{\tau_{\beta}}, \quad j_{V\Sigma} = g_0 \frac{m_l^{\circ}}{\rho_{10}} \frac{p'_V - p'_{V\Sigma}}{\tau_{k1}^*},$$

$$g_0 = \frac{4}{3} \pi \delta_l^3 \rho_{20l}^{\circ}, \quad k_V = \frac{\rho_V}{\rho_1}, \quad k_G = \frac{\rho_G}{\rho_1}, \quad k_V + k_G = 1,$$

$$\rho_1 = \alpha_1 \rho_1^{\circ}, \quad \alpha_1 + \sum_{j=a,l} \alpha_{2j} = 1, \quad \alpha_{2j} = \frac{4}{3} \pi \delta_j^3 n_j, \quad m_j = \frac{\rho_{20j}}{\rho_{10}}, \quad m_j^{\circ} = \frac{\rho_{2j}^{\circ}}{\rho_1^{\circ}},$$

$$\rho_1 = \rho_V + \rho_G, \quad p_1 = p_V + p_G, \quad R_1 = k_V R_V + k_G R_G,$$

$$\Delta \bar{R} = \frac{R_V - R_G}{R_{10}}, \quad \bar{R}_V = \frac{R_V}{R_{10}}, \quad \tau_{\beta} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2\pi}{\gamma_V}} \frac{\gamma_1 C_V \delta_l}{\beta C_1^2}, \quad \lambda_1 = k_V \lambda_V + k_G \lambda_G,$$

$$\mu_1 = k_V \mu_V + k_G \mu_G, \quad c_{p1} = k_V c_{pV} + k_G c_{pG}, \quad \tau_{k1}^* = \frac{1}{3} \bar{R}_V (1 - k_V) \frac{\tau_d}{1 + y},$$

$$y = \frac{1-i}{\sqrt{2}} (\omega \tau_d)^{1/2}, \quad \tau_d = \frac{\delta_l^2}{D_1}, \quad \tau_{vj}^* = \tau_{vj} \left[1 + \frac{1-i}{\sqrt{2}} (\omega \tau_{\mu 1j})^{1/2} \right]^{-1}, \quad \tau_{vj} = \frac{2}{9} \frac{\rho_{2j}^{\circ} \delta_j^2}{\mu_1},$$

$$\tau_{\mu 1j} = \frac{\rho_1^{\circ} \delta_j^2}{\mu_1}, \quad \tau_{T1j}^* = \frac{1}{3} \frac{\alpha_{10}}{\alpha_{20j}} \frac{\tau_{\lambda 1j}}{1 + z_{1j}}, \quad \tau_{\lambda 1j} = \frac{\delta_j^2}{y_1}, \quad y_1 = \frac{\lambda_1}{\rho_1^{\circ} c_{p1}},$$

$$z_{1j} = \frac{1-i}{\sqrt{2}} (\omega \tau_{\lambda 1j})^{1/2}, \quad \tau_{T2j}^* = \frac{1}{3} \tau_{\lambda 2j} \frac{[3z_{2j} - (3 - z_{2j}^2) \operatorname{th}(z_{2j})]}{z_{2j}^2 (\operatorname{th}(z_{2j}) - z_{2j})}, \quad \tau_{\lambda 2j} = \frac{\delta_j^2}{y_{2j}},$$

$$y_{2j} = \frac{\lambda_{2j}}{\rho_{2j}^{\circ} c_{2j}}, \quad z_{2j} = \frac{1-i}{\sqrt{2}} (\omega \tau_{\lambda 2j})^{1/2}, \quad (j = a, l).$$

Переменные с индексом 1 относятся к несущей фазе, а с индексом 2 – к дисперсной, с индексом V – паровой составляющей несущей фазы, с индексом G – газовой составляющей несущей фазы. Штрихи вверху используются для обозначения возмущения параметров, индекс 0 соответствует начальному невозмущенному

состоянию. Переменные с индексом a относятся к твердым частицам радиуса δ_a , с индексом l – к каплям радиуса δ_l , Σ – к поверхности раздела. Здесь ρ – приведенная плотность, ρ° – истинная плотность, v – скорость, α – объемное содержание, p – давление, C_1 – скорость звука в газе, c_p – теплоемкость при постоянном давлении, T – температура, m – массовое содержание дисперсной фазы, τ_T – время релаксации температур, τ_v – время релаксации скорости, μ_1 – коэффициент динамической вязкости несущей среды, β – коэффициент аккомодации, D_1 – коэффициент бинарной диффузии, $j_{V\Sigma}$ – диффузионный поток пара к поверхности капли, j_Σ – интенсивность конденсации на поверхности отдельной капли, k_V и k_G – концентрации пара и газа в несущей фазе смеси, R – газовая постоянная, λ – коэффициент теплопроводности, g – масса отдельной капли, n – число включений в единице объема.

Записанная система уравнений замкнута и может быть использована для исследования распространения акустических возмущений в двухфракционных смесях газа с паром, каплями и твердыми частицами.

Дисперсионное соотношение для плоских, цилиндрических и сферических возмущений малой амплитуды

Исследуем решения системы уравнений (1), имеющих вид прогрессивных волн [3] для возмущений φ' ($\varphi' = \rho'_1, \rho'_V, \rho'_{2a}, \rho'_{2l}, p'_1, p'_V, T'_1, \dots$)

$$\varphi' = A_\varphi \exp[i(K_*x - \omega t)] \text{ – для плоских возмущений,}$$

$$\varphi' = A_\varphi H_0^{(1)}(K_*r) \exp[-i\omega t] \text{ – для цилиндрических возмущений, (2)}$$

$$\varphi' = A_\varphi \frac{1}{r} \exp[i(K_*r - \omega t)] \text{ – для сферических возмущений,}$$

$$K_* = K + iK_{**}, \quad C_p = \omega / K, \quad \sigma = 2\pi K_{**} / K.$$

Здесь K_* – комплексное волновое число, K_{**} – линейный коэффициент затухания, C_p – фазовая скорость, σ – декремент затухания на длине волны, ω – частота возмущений, A_φ – амплитуда

возмущения параметра φ , $H_0^{(1)}(z)$ – функция Ханкеля, являющаяся комбинацией функций Бесселя первого и второго родов нулевого порядка $J_0(z)$ и $Y_0(z)$ ($H_0^{(1)}(z) = J_0(z) + iY_0(z)$).

Из условия существования у системы линейных уравнений (1) нетривиального решения в виде (2) можно получить следующее дисперсионное соотношение

$$\left(\frac{C_1 K_*}{\omega}\right)^2 = V(\omega)D(\omega), \quad (3)$$

$$V(\omega) = 1 + \frac{m_l}{1 - i\omega\tau_{vl}^*} + \frac{m_a}{1 - i\omega\tau_{va}^*},$$

$$D(\omega) = 1 + \frac{(\gamma_1 - 1)(1 - t_{ea}e_{1a})m_{2l}[H_2 - \gamma_1 k_V \bar{R}_V (\bar{c}_1 \bar{R}_V H_3 - 2\bar{l}_0 H_1) - M_{1l} \Lambda]}{(1 - t_{ea}e_{1a})[1 + m_{2l}(H_2 - BH_3 - M_{2l} \Lambda)] + m_{2a}e_{1a}(1 - M_{2l} H_3)} +$$

$$+ \frac{m_{2a}e_{1a}(\gamma_1 - 1)(1 - M_{1l} H_3)}{(1 - t_{ea}e_{1a})[1 + m_{2l}(H_2 - BH_3 - M_{2l} \Lambda)] + m_{2a}e_{1a}(1 - M_{2l} H_3)},$$

$$H_1 = eZ, \quad H_2 = (e_{1l} - Le)Z, \quad H_3 = e(1 - e_{1l}t_{el})Z, \quad \Lambda = LH_1^2 + H_2H_3,$$

$$Z = \frac{1}{1 - t_{el}(e_{1l} - Le)}, \quad e = \frac{1}{i\omega(\tau_{\beta} + \tau_{k1}^*)}, \quad e_{1j} = \frac{c_{2j}}{m_j^{\circ} c_{p1}(1 - i\omega\tau_{T2j}^*)},$$

$$t_{ej} = i\omega\tau_{\Sigma 1j}^*, \quad \tau_{\Sigma 1j}^* = \frac{\alpha_{20l}}{\alpha_{10}} \tau_{T1j}^*, \quad \bar{l}_0 = \frac{l_0}{C_1^2}, \quad L = \bar{l}_0^2 k_V \gamma_1 (\gamma_1 - 1),$$

$$B = \bar{R}_V(1 - k_V \bar{R}_V), \quad \bar{c}_1 = \frac{1}{\gamma_1 - 1}, \quad M_{1l} = m_{1l} \bar{c}_1 (\gamma_1 - 1 + k_V \bar{R}_V),$$

$$M_{2l} = m_{2l} B, \quad m_{1l} = m_l m_l^{\circ} \bar{R}_V, \quad m_{2j} = m_j m_j^{\circ}, \quad (j = a, l).$$

Для двухфракционной смеси газа с твердыми частицами разных материалов и размеров без фазовых превращений дисперсионное соотношение (3) принимает вид [8]

$$\left(\frac{C_1 K_*}{\omega}\right)^2 = V(\omega)\bar{D}(\omega), \quad (4)$$

$$D(\omega) = 1 + \frac{(\gamma_1 - 1) \left(\sum_{j=a,l} \bar{m}_j - i\omega \tau_{Tl}^* \bar{m}_a - i\omega \tau_{Ta}^* \bar{m}_l \right)}{1 + \sum_{j=a,l} \frac{m_j c_{2j}}{c_{p1}} - i\omega \tau_{Tl}^* (1 + \bar{m}_a) - i\omega \tau_{Ta}^* (1 + \bar{m}_l) - \omega^2 \tau_{Ta}^* \tau_{Tl}^*}$$

$$\tau_{Tj}^* = \tau_{T2j}^* + \frac{m_j c_{2j}}{c_{p1}} \tau_{T1j}^*, \quad \bar{m}_j = \frac{m_j c_{2j}}{c_{p1}}, \quad (j = a, l).$$

Равновесная и замороженная скорости звука. Асимптотики коэффициента затухания. Анализ дисперсионных кривых

Выражения для равновесной C_e и замороженной C_f скоростей звука в парогазокапельной смеси с твердыми частицами могут быть получены из дисперсионного соотношения (3) при предельных переходах соответственно $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$, и имеют следующий вид

$$C_e = C_1 \left[\frac{\gamma_e}{m_1 \gamma_1} \right]^{1/2}, \quad C_f = C_1,$$

$$\gamma_e = \frac{\bar{R}_V (1 - k_V \bar{R}_V) \left(\sum_{j=a,l} \frac{m_j c_{2j}}{c_{p1}} - 1 \right) - L}{2\bar{l}_0 k_V \bar{R}_V (\gamma_1 - 1) - L - \frac{\bar{R}_V}{\gamma_1} + \bar{R}_V \sum_{j=a,l} \frac{m_j c_{2j}}{c_{p1}}}, \quad m_1 = 1 + \sum_{j=a,l} m_j.$$

Низкочастотная асимптотика K_{**} имеет вид

$$K_{**}^0(\omega) = \frac{1}{2C_1} \frac{(m_1 a_2^D + a_2^V a_0^D)}{\sqrt{m_1 a_0^D}} \omega^2,$$

$$a_0^D = 1 + (\gamma_1 - 1) \frac{m_{2l} B_1 + M_{1l} \frac{m_a c_{2a}}{c_{p1}}}{b_1 + M_{2l} \frac{m_a c_{2a}}{c_{p1}}},$$

$$a_2^D = \frac{(\gamma_1 - 1)}{b_1 + M_{2l} \frac{m_a c_{2a}}{c_{p1}}} \left(\zeta_1 - \frac{\left(m_{2l} B_1 + M_{1l} \frac{m_a c_{2a}}{c_{p1}} \right) \eta_1}{b_1 + M_{2l} \frac{m_a c_{2a}}{c_{p1}}} \right),$$

$$\zeta_1 = m_{2l} B_2 + m_{2l} \frac{c_{2a}}{3m_a^\circ c_{p1}} \tau_{\lambda 1a} B_1 + M_{1l} \frac{m_a c_{2a}}{15c_{p1}} \tau_{\lambda 2a} - \frac{m_a c_{2a}}{c_{p1}} B_3,$$

$$\eta_1 = b_2 + \frac{c_{2a} \tau_{\lambda 1a}}{3m_a^\circ} + M_{2l} \frac{m_a c_{2a}}{15c_{p1}} \tau_{\lambda 2a} - \frac{m_a c_{2a}}{c_{p1}} b_3,$$

$$B_1 = 2\bar{l}_0 k_V \bar{R}_V \gamma_1 - L - k_V \bar{R}_V^2 \gamma_1 \bar{c}_1 + M_{1l} \frac{c_{2l}}{m_l^\circ c_{p1}},$$

$$B_2 = M_{1l} \frac{c_{2l} \tau_{\lambda 2l}}{15m_l^\circ c_{p1}} - B_4 \frac{c_{2l}}{m_l^\circ c_{p1}} - k_V \bar{R}_V^2 \gamma_1 \bar{c}_1 \frac{c_{2l} \tau_{\lambda 1l}}{3m_l^\circ c_{p1}},$$

$$B_3 = B_4 + \frac{1}{3} L \tau_{\lambda 1l} - M_{1l} \frac{c_{2l} \tau_{\lambda 1l}}{3m_l^\circ c_{p1}}, \quad b_1 = M_{2l} \left(\frac{m_l c_{2l}}{c_{p1}} - 1 \right) - m_{2l} L,$$

$$b_2 = B_4 \left(1 - \frac{m_l c_{2l}}{c_{p1}} \right) + \frac{1}{3} L \tau_{\lambda 1l} - M_{2l} \left(\frac{c_{2l}}{3m_l^\circ c_{p1}} \tau_{\lambda 1l} + \frac{m_l c_{2l}}{15c_{p1}} \tau_{\lambda 2l} \right),$$

$$b_3 = B_4 + \frac{1}{3} L \tau_{\lambda 1l} - M_{2l} \frac{c_{2l} \tau_{\lambda 1l}}{3m_l^\circ c_{p1}}, \quad B_4 = \tau_\beta + \frac{1}{3} \bar{R}_V (1 - k_V) \tau_d.$$

На диссипацию низкочастотных возмущений существенное влияние оказывают как эффекты межфазного трения, так и межфазный тепломассообмен.

Высокочастотная асимптотика K_{**} имеет вид

$$K_{**}^\infty = \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{2C_1}} \sqrt{\omega} + \frac{a_2}{2C_1 \sqrt{2a_1}},$$

$$a_1 = \frac{1}{2} (\zeta_1 - \eta_1)^2, \quad a_2 = (\zeta_1 - \eta_1) \left[\eta_2 + \zeta_2 - \frac{1}{2} (\zeta_1 + \eta_1)^2 \right],$$

$$\zeta_1 = \frac{m_l}{\tau_{vl}} \sqrt{\frac{\tau_{\mu 1l}}{2}} + \frac{m_a}{\tau_{va}} \sqrt{\frac{\tau_{\mu 1a}}{2}}, \quad \zeta_2 = \frac{m_l}{\tau_{vl}} \left(1 - \frac{\tau_{\mu 1l}}{\tau_{vl}} \right) + \frac{m_a}{\tau_{va}} \left(1 - \frac{\tau_{\mu 1a}}{\tau_{va}} \right),$$

$$\begin{aligned}
\eta_1 &= \sum_{j=a,l} \frac{3m_j c_{2j} (\gamma_1 - 1)}{c_{p1} \sqrt{2\tau_{\lambda 2j}}} \left(1 - \frac{c_{2j}}{m_j^\circ c_{p1}} \sqrt{\frac{\tau_{\lambda 1j}}{\tau_{\lambda 2j}}} \right)^{-1}, \\
\eta_2 &= (\gamma_1 - 1) \frac{b_2}{b_0} + 2b_1 \eta_1, \quad b_0 = \left(1 - \frac{c_{2a}}{m_a^\circ c_{p1}} \sqrt{\frac{\tau_{\lambda 1a}}{\tau_{\lambda 2a}}} \right) \left(1 - \frac{c_{2l}}{m_l^\circ c_{p1}} \sqrt{\frac{\tau_{\lambda 1l}}{\tau_{\lambda 2l}}} \right), \\
b_1 &= \left(\frac{c_{2a} (\sqrt{\tau_{\lambda 1a}} + \sqrt{\tau_{\lambda 2a}})}{\sqrt{2} m_a^\circ c_{p1} \tau_{\lambda 2a}} - \frac{3m_a c_{2a}}{c_{p1} \sqrt{2\tau_{\lambda 2a}}} \right) \left(1 - \frac{c_{2a}}{m_a^\circ c_{p1}} \sqrt{\frac{\tau_{\lambda 1a}}{\tau_{\lambda 2a}}} \right)^{-1} + \\
&+ \left(\frac{c_{2l} (\sqrt{\tau_{\lambda 1l}} + \sqrt{\tau_{\lambda 2l}})}{\sqrt{2} m_l^\circ c_{p1} \tau_{\lambda 2l}} + \frac{L}{3\tau_\beta} \sqrt{\frac{\tau_{\lambda 1l}}{2}} \right) \left(1 - \frac{c_{2l}}{m_l^\circ c_{p1}} \sqrt{\frac{\tau_{\lambda 1l}}{\tau_{\lambda 2l}}} \right)^{-1}, \\
b_2 &= m_{2l} q_1 \left(1 - \frac{c_{2a}}{m_a^\circ c_{p1}} \sqrt{\frac{\tau_{\lambda 1a}}{\tau_{\lambda 2a}}} \right) - \frac{3m_l c_{2l}}{c_{p1} \sqrt{\tau_{\lambda 2l}}} \frac{c_{2a} (\sqrt{\tau_{\lambda 1a}} + \sqrt{\tau_{\lambda 2a}})}{m_a^\circ c_{p1} \tau_{\lambda 2a}} + \\
&+ \frac{3m_a c_{2a}}{c_{p1} \tau_{\lambda 2a}} \left(1 - \frac{c_{2l}}{m_l^\circ c_{p1}} \sqrt{\frac{\tau_{\lambda 1l}}{\tau_{\lambda 2l}}} \right) - \frac{3m_a c_{2a}}{c_{p1} \sqrt{\tau_{\lambda 2a}}} \left(\frac{c_{2l} (\sqrt{\tau_{\lambda 1l}} + \sqrt{\tau_{\lambda 2l}})}{m_l^\circ c_{p1} \tau_{\lambda 2l}} + \frac{L \sqrt{\tau_{\lambda 1l}}}{3\tau_\beta} \right), \\
q_1 &= \frac{3c_{2l}}{m_l^\circ c_{p1} \tau_{\lambda 2l}} + \frac{1}{\tau_\beta} \left(L + k_V \bar{R}_V^2 \gamma_1 \bar{c}_1 \left(1 - \frac{c_{2l}}{m_l^\circ c_{p1}} \sqrt{\frac{\tau_{\lambda 1l}}{\tau_{\lambda 2l}}} \right) - 2\bar{l}_0 k_V \bar{R}_V \gamma_1 \right).
\end{aligned}$$

Затухание высокочастотных возмущений $\omega\tau_v \gg 1$ в газозвесах как с фазовыми превращениями, так и без фазовых превращений пропорционально массовому содержанию дисперсной фазы m [3]. Для газозвесей двухфракционного состава дисперсной фазы асимптотическая зависимость затухания для высоких частот $\omega\tau_{va}, \omega\tau_{vl} \gg 1$ также прямо пропорциональна массовому содержанию капель m_l и частиц m_a . При распространении высокочастотных возмущений в двухфракционных газозвесах среди диссипативных доминируют эффекты межфазного трения.

Далее, на примере смеси воздуха с паром и каплями воды и частицами песка выполнен анализ полученных асимптотик и дисперсионных кривых. Зависимости относительной скорости звука и декремента затухания на длине волны от безразмерной частоты

колебаний $\omega\tau_{va}$ построены с помощью дисперсионного соотношения (3).

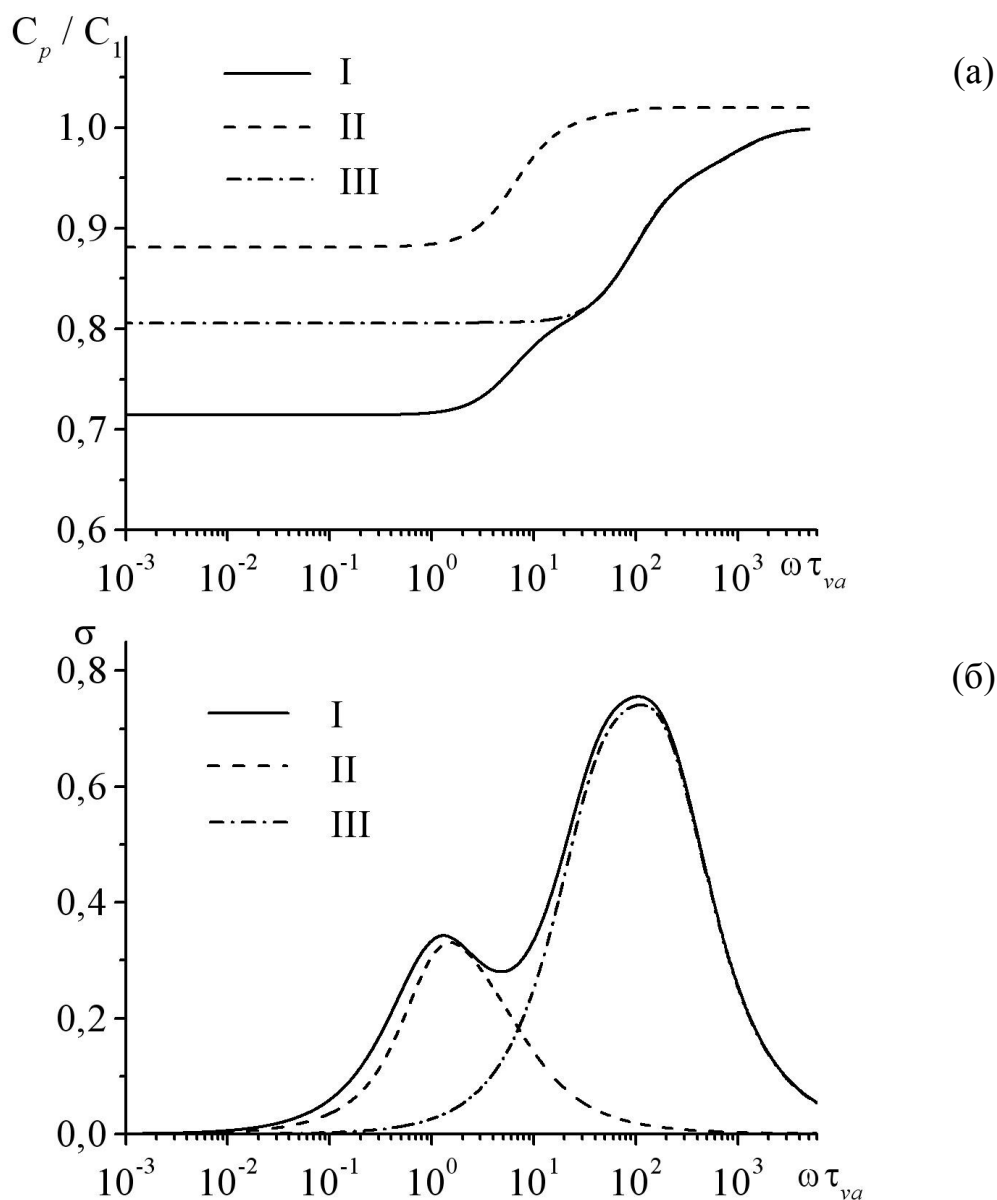


Рис. 1. Зависимость относительной скорости звука (а) и декремента затухания на длине волны (б) от безразмерной частоты колебаний

На рис. 1 расчеты выполнены для смеси воздуха с паром, каплями воды и частицами песка с массовым содержанием частиц песка $m_a = 0,3$ и каплей $m_l = 0,1$ (линии I), для монодисперсной смеси воздуха с частицами песка с массовым содержанием $m_a = 0,3$ (линии II) и смеси воздуха с паром и каплями воды при массовом

содержании капель $m_l = 0,1$ (линии III). Радиус частиц песка составлял $\delta_a = 10^{-5}$ м, капля воды $\delta_l = 10^{-6}$ м.

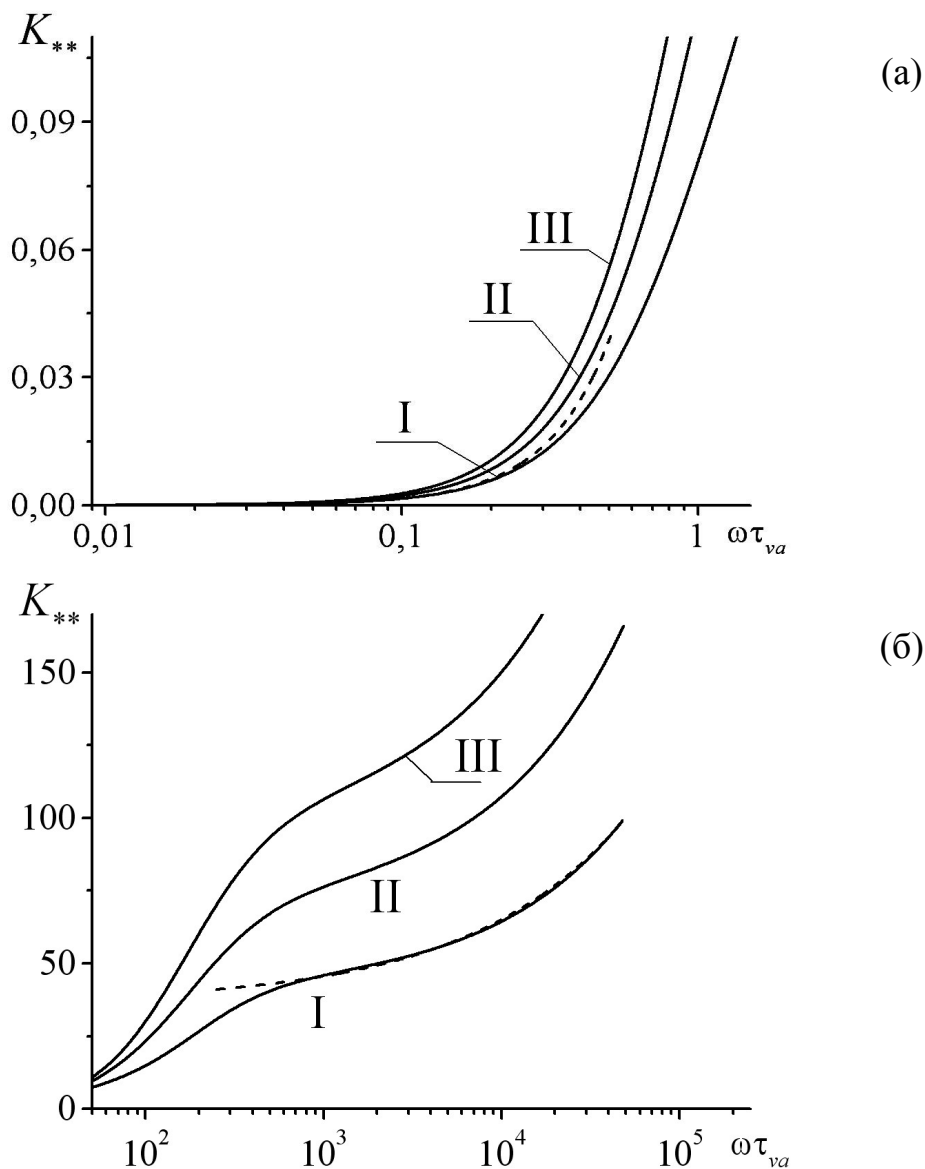


Рис. 2. Зависимость коэффициента затухания от безразмерной частоты колебаний

Двухфракционность состава и различие теплофизических параметров фракций приводит к возникновению характерного перегиба для зависимости относительной скорости звука в области частот обратно пропорциональных характерным временам релаксации скоростей фаз τ_{va} и τ_{vl} (рис. 1(а)). Как показано на рис. 1(б), различие размеров включений и теплофизических

параметров фракций приводит к возникновению двух максимумов для зависимости декремента затухания на длине волны на характерных значениях безразмерных частот $\omega\tau_{va}$, $\omega\tau_{vl} = 1$.

На рис. 2 показана зависимость коэффициента затухания от безразмерной частоты колебаний $\omega\tau_{va}$ при различном массовом содержании капель и частиц (кривые I соответствуют значениям

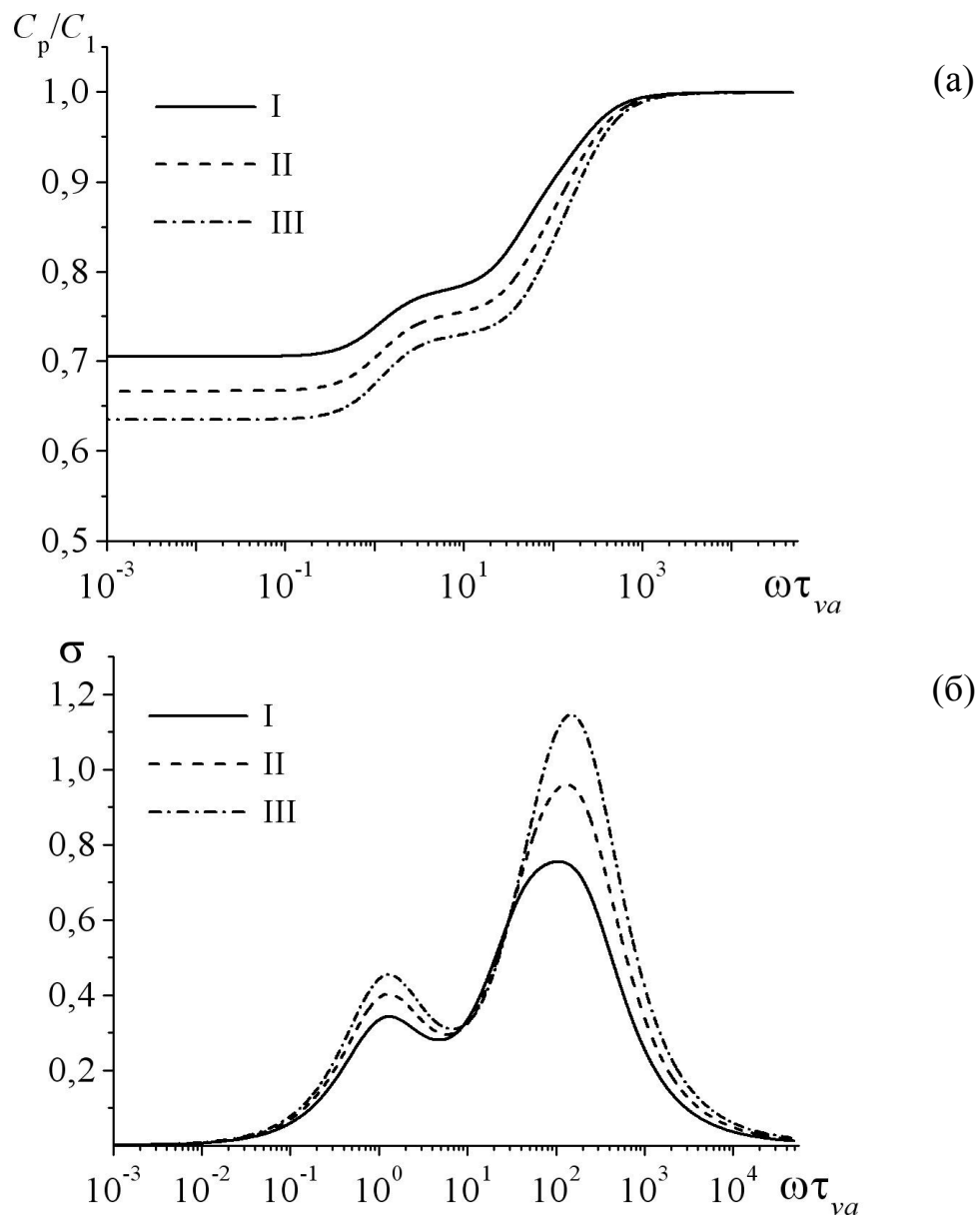


Рис. 3. Зависимость относительной скорости звука (а) и декремента затухания на длине волны (б) от безразмерной частоты колебаний при разных m

$m_a = m_l = 0,3$, II – $m_a = m_l = 0,5$, III – $m_a = m_l = 0,7$) и низкочастотная и высокочастотная асимптотики (штриховые линии). Из рис. 2(а) видно, что низкочастотная асимптотика хорошо приближает на частотах $\omega\tau_{va} < 0,3$. Как показано на рис. 2(б), высокочастотная асимптотика является хорошим приближением на частотах $\omega\tau_{va} > 10^3$.

На рис. 3 проиллюстрировано влияние массового содержания капель и частиц на вид зависимостей относительной скорости звука и декремента затухания на длине волны от безразмерной частоты колебаний $\omega\tau_{va}$ (кривые I соответствуют значениям $m_a = m_l = 0,3$, II – $m_a = m_l = 0,4$, III – $m_a = m_l = 0,6$). Из рис. 3(а) видно, что при увеличении массового содержания капель и частиц, относительная скорость звука на низких частотах уменьшается, а при высоких – стремится к скорости звука в чистом газе. Декремент затухания на длине волны при увеличении массового содержания увеличивается практически для всех частот возмущений. На рис. 3(б) показана область не очень высоких значений частот в области $\omega\tau_{va} \geq 10$ соответствующая значениям $0,1 < \omega\tau_{vl} < 1$, где затухание в основном определяется межфазным теплообменом. Эта область реализуется для не очень больших значений m_l , ее размер зависит от k_V [3].

Импульсные возмущения малой амплитуды в двухфракционных парогазокапельных смесях с твердыми частицами

Исследуем особенности распространения плоских, цилиндрических и сферических импульсных возмущений малой амплитуды в двухфракционной парогазокапельной смеси с твердыми частицами при наличии фазовых превращений. Расчеты проводились с помощью дисперсионного соотношения (3), при использовании подпрограмм быстрого преобразования Фурье [9].

На рис. 4, 5 показано влияние двухфракционности состава дисперсной фазы и геометрии процесса на эволюцию импульса давления в смеси воздуха с паром, каплями воды и частицами песка с

массовым содержанием частиц песка $m_a = 0,3$ и каплей воды $m_l = 0,1$ (линии I) и для монодисперсной смеси воздуха с частицами песка (линии II) и смеси воздуха с паром и каплями (линии III) при одинаковом массовом содержании частиц $m = 0,4$. Радиус частиц песка составлял $\delta_a = 10^{-6}$ м, каплей воды $\delta_l = 10^{-5}$ м. Расчетные профили построены на расстоянии 4 м и 8 м от места инициирования импульса соответственно.

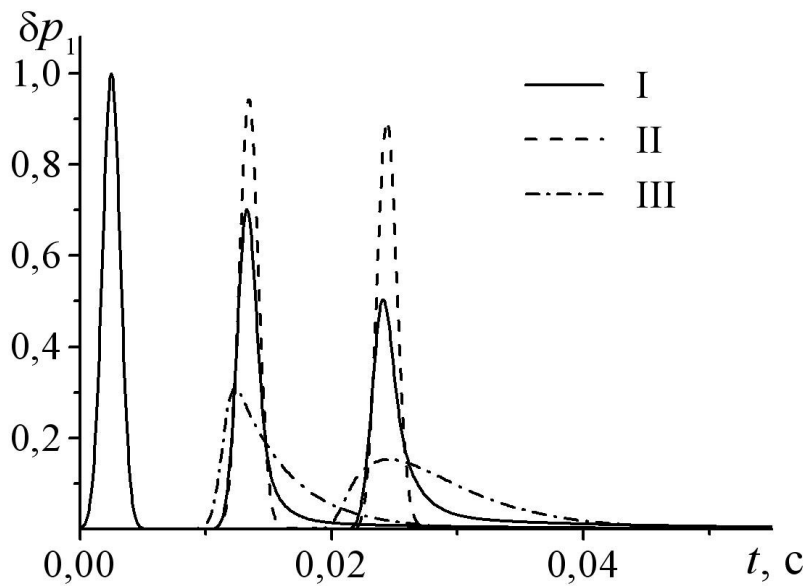


Рис. 4. Эволюция плоского импульсного возмущения гауссовой формы

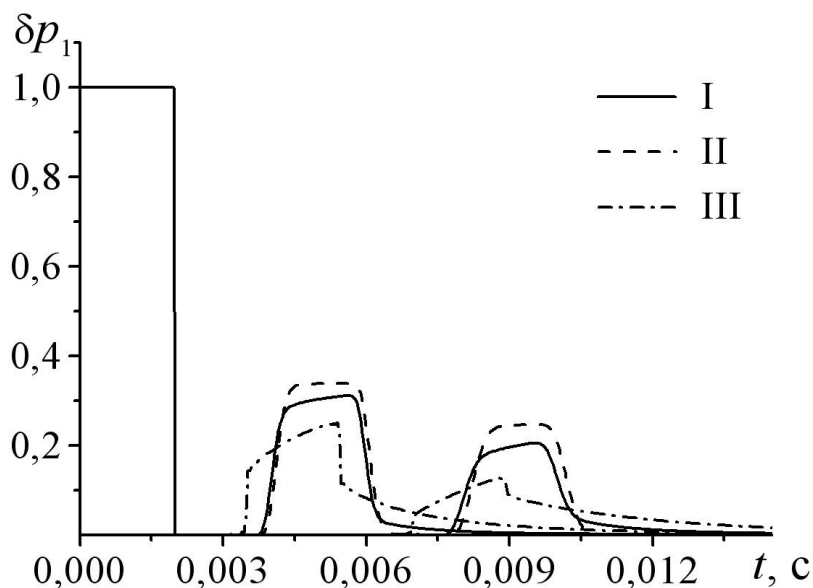


Рис. 5. Эволюция импульсного возмущения прямоугольной формы для случая цилиндрических волн

Учет межфазного массообмена приводит как к более сильному затуханию, так и к более значительному изменению формы импульсов давления, в силу большей дисперсии скорости звука и диссипации волн. Так для одного и того же общего массового содержания частиц в монодисперсной газовзвеси с частицами песка затухание импульса будет меньше, чем в парогасокапельной среде (линии II и III).

В смеси воздуха с паром, каплями воды и частицами песка с общим массовым содержанием частиц $m = 0,4$ затухание импульса будет больше, чем для монодисперсной газовзвеси с частицами песка при $m = 0,4$ и меньше, чем для смеси воздуха с паром и каплями воды при $m = 0,4$. Для смеси воздуха с паром, каплями воды и частицами песка так же, как и для смеси пара и газа с каплями наблюдается значительное изменение формы импульса из-за дисперсии скорости звука и диссипации возмущений. Таким образом, наличие загрязняющих примесей (например, частиц песка) существенно влияет на динамику слабых волн в воздушных туманах.

Заключение

Представлена замкнутая система линейных дифференциальных уравнений движения для двухфракционной смеси газа с паром, каплями и твердыми частицами, когда одна из фракций участвует в межфазных превращениях. Получено единое дисперсионное соотношение, определяющее распространение как плоских, так и сферических и цилиндрических возмущений малой амплитуды. Получены равновесная и замороженная скорости звука, высокочастотная и низкочастотная асимптотики коэффициента затухания. Проанализировано влияние фазовых превращений и параметров дисперсной фазы на дисперсию и диссипацию гармонических возмущений и эволюцию слабых импульсов давления. Установлено, что наличие загрязняющих примесей (например, частиц песка) существенно влияет на динамику слабых волн в воздушных туманах, что необходимо учитывать при развитии методов акустической диагностики двухфазных сред.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. *Temkin S.* Suspension acoustics: An Introduction to the Physics of Suspensions. New York: Cambridge University Press, 2005. 398 p.
3. *Губайдуллин Д.А.* Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань: Изд-во Казан. мат. общества, 1998. 153 с.
4. *Kandula M.* Dispersion of sound in dilute suspensions // Journal of the Acoustical Society of America. 2010. V. 127. N. 3. P. EL115-EL120.
5. *Губайдуллин Д.А., Ивандаев А.И.* Динамика импульсных волн малой амплитуды в парогазокапельных системах // ПМТФ. 1991. № 2. С. 106-113.
6. *Нигматулин Р.И., Ивандаев А.И., Губайдуллин Д.А.* Эффект немонотонной зависимости диссипации звука от концентрации капель в акустике газовзвесей // Докл. АН СССР. 1991. Т. 316. № 3. С. 601-605.
7. *Губайдуллин Д.А.* Сферические и цилиндрические волны малой амплитуды в полидисперсных туманах с фазовыми превращениями // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 85-94.
8. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Уткина Е.А.* Распространение акустических волн в двухфракционных газовзвесах с частицами разных материалов и размеров // Изв. ВУЗов. Проблемы энергетики. 2009. № 1-2. С. 25-33.
9. *Гапонов В.А.* Пакет программ быстрого преобразования Фурье с приложениями к моделированию случайных процессов. Препринт № 14-76. Новосибирск: Изд-во ИТФ СО АН СССР, 1976. 19 с.