СПИСОК ОСНОВНЫХ МЕР

Рассматриваемые однопараметрические энтропии, информации различия и меры неточности удовлетворяют законам композиции

$$H(p) = H(p_1) \circ H(p_2) = \frac{H(p_1) + H(p_2) + \varepsilon H(p_1) H(p_2)}{1 + \omega H(p_1) H(p_2)},$$

$$I(p:u) = I(p_1:u_1) \circ I(p_2:u_2) =$$
$$= \frac{I(p_1:u_1) + I(p_2:u_2) - \varepsilon I(p_1:u_1) I(p_2:u_2)}{1 + \omega I(p_1:u_1) I(p_2:u_2)},$$

$$H(p:u) = H(p) \circ I(p:u) = \frac{H(p) + I(p:u) - \varepsilon H(p) I(p:u)}{1 + \omega H(p) I(p:u)}.$$

Выпишем основные, принципиально различные нормированные меры информации

1. $\varepsilon = \omega = 0, \quad q = 1$

$$H(p) = -\frac{\sum_i^m (\log_2 p_i) p_i}{\sum_i^m p_i}$$ (Шеннон К. [50], Винер Н. [5]),

$$I(p:u) = \frac{\sum_i^m \left(\log_2 \frac{p_i}{u_i}\right) p_i}{\sum_i^m p_i}$$ (Kullback S., Leibler R.A. [88]),

2. $\varepsilon = \omega = 0$

$$H_q(p)=\frac{1}{1-q}\log_2\frac{\sum_i^m p_i^q}{\sum_i^m p_i}$$ (Renyi A. [103]),

$$I_q(p:u)=\frac{1}{q-1}\log_2\frac{\sum_i^m p_i^q u_i^{1-q}}{\sum_i^m p_i}$$ (Renyi A. [103]).

3. $\omega=0$

$$H_q(p)=\frac{1}{1-2^{1-q}}\left(1-\frac{\sum_i^m p_i^q}{\sum_i^m p_i}\right)$$ (Havrda J., Charvat F. [78], Daroczy. Z. [72]),

$$I_q(p:u)=\frac{1}{1-2^{q-1}}\left[1-\frac{\sum_i^m p_i^q u_i^{1-q}}{\sum_i^m p_i}\right]$$ (Rathie P.N., Kannappan P. [101]).

4. $\omega=0,\quad \varepsilon\to-\varepsilon$

$$H_q(p)=\frac{1}{1-2^{q-1}}\left[1-\left(\frac{\sum_i^m p_i^q}{\sum_i^m p_i}\right)^{-1}\right]$$ (Landsberg P.T., Vedral V. [90]),

$$I_q(p:u)=\frac{1}{2^{q-1}-1}\left[1-\left(\frac{\sum_i^m p_i^q u_i^{1-q}}{\sum_i^m p_i}\right)^{-1}\right]$$ (Зарипов Р.Г. [21]).

5. $\varepsilon=0,\quad \omega>0$

$$H_q(p)=\frac{1+2^{2(1-q)}}{1-2^{2(1-q)}}\left[\frac{1-\left(\sum_i^m p_i^q\Big/\sum_i^m p_i\right)^2}{1+\left(\sum_i^m p_i^q\Big/\sum_i^m p_i\right)^2}\right]$$ (Зарипов Р.Г. [21]),

$$I_q(p:u)=\frac{2^{2(1-q)}+1}{2^{2(1-q)}-1}\left[\frac{1-\left(\sum\limits_i^m p_i^q u_i^{1-q}\Big/\sum\limits_i^m p_i\right)^2}{1+\left(\sum\limits_i^m p_i^q u_i^{1-q}\Big/\sum\limits_i^m p_i\right)^2}\right] \text{ (Зарипов Р.Г. [21]).}$$

6. $\varepsilon^2+4\omega=0,\quad \omega<0$

$$H_q(p)=\frac{1+(1-q)\ln 2}{(1-q)\ln 2}\left[\frac{\ln\left(\sum\limits_i^m p_i^q\Big/\sum\limits_i^m p_i\right)}{1+\ln\left(\sum\limits_i^m p_i^q\Big/\sum\limits_i^m p_i\right)}\right] \text{ (данная книга),}$$

$$I_q(p:u)=\frac{1+(q-1)\ln 2}{(q-1)\ln 2}\left[\frac{\ln\left(\sum\limits_i^m p_i^q u_i^{1-q}\Big/\sum\limits_i^m p_i\right)}{1+\ln\left(\sum\limits_i^m p_i^q u_i^{1-q}\Big/\sum\limits_i^m p_i\right)}\right] \text{ (данная книга).}$$

7. $\varepsilon^2+4\omega<0,\quad \omega<0$

$$H_q(p)=\frac{1-\mathrm{tg}\left[(1-q)(\ln 2)/2\right]}{\mathrm{tg}\left[(1-q)(\ln 2)/2\right]}\left\{\frac{\mathrm{tg}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\sum\limits_i^m p_i^q\Big/\sum\limits_i^m p_i\right)\right]}{1-\mathrm{tg}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\sum\limits_i^m p_i^q\Big/\sum\limits_i^m p_i\right)\right]}\right\} \text{ (данная книга),}$$

$$I_q(p:u)=\frac{1+\mathrm{tg}\left[(q-1)(\ln 2)/2\right]}{\mathrm{tg}\left[(q-1)(\ln 2)/2\right]}\left\{\frac{\mathrm{tg}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\sum\limits_i^m p_i^q u_i^{1-q}\Big/\sum\limits_i^m p_i\right)\right]}{1+\mathrm{tg}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\sum\limits_i^m p_i^q u_i^{1-q}\Big/\sum\limits_i^m p_i\right)\right]}\right\} \text{ (данная книга).}$$

8. $\varepsilon=0,\quad \omega<0$

$$H_q(p)=\frac{\mathrm{tg}\left[\ln\sum\limits_i^m p_i^q\Big/\sum\limits_i^m p_i\right]}{\mathrm{tg}\left[(1-q)\ln 2\right]} \text{ (данная книга),}$$

$$I_q(p:u)=\frac{\mathrm{tg}\left[\ln\sum\limits_i^m p_i^q u_i^{1-q}\Big/\sum\limits_i^m p_i\right]}{\mathrm{tg}\left[(q-1)\ln 2\right]} \text{ (данная книга).}$$

Другие известные выражения мер образуются линейными зависимостями приведенных мер и различаются условиями нормировки или усреднения.